

REGARD EN ARRIÈRE SUR QUINZE ANNÉES
DE COOPÉRATION DOUCE AVEC L'ÉCOLE BRÉSILIENNE
DE LOGIQUE PARACONSISTANTE

Marcel GUILLAUME

Mes échanges épistolaires avec Newton C.A. da Costa ont débuté dans les premiers jours de 1962. J'avais été mis en relation avec lui par l'intermédiaire d'Artibano Micali, à l'époque doctorand brésilien venu en France pour y préparer une thèse d'Etat sous la direction de mon propre directeur de thèse, Pierre Samuel, qui, ayant enseigné à Sao-Paulo en 1958, y avait noué avec lui les liens qui se perpétuaient en France, et en particulier à Clermont-Ferrand, où Pierre Samuel professait à l'Université jusqu'à la rentrée de 1961.

Newton da Costa, engagé dans des recherches en logique¹, professeur à l'Université Fédérale du Paraná, à Curitiba, se trouvait sans interlocuteur au Brésil, et Micali avait été informé, en juillet 1961, d'un projet de faire venir de France un logicien pour l'épauler. Nos premiers échanges n'ont pas porté sur les conceptions propres de da Costa, mais sur les ouvrages qu'il convenait de lire en préalable à une activité de recherche. En fait, il avait été bien conseillé, et mes propres suggestions n'ont fait que compléter ce qu'à l'époque il avait entrepris à ce propos. Je lui conseillai aussi, au mois de juillet 1962, "essayez-vous à la recherche sur des problèmes que vous vous serez posés vous-même". Bien sûr, c'était mal le connaître! Mais, à ma décharge, on peut mettre que personne ne me parla de systèmes formels inconsistants avant le moment où je reçus le manuscrit de sa première Note aux Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris [1963c].

A mon grand regret, Pierre Samuel avait quitté l'Université de Clermont-Ferrand pour la Sorbonne, au moment où j'étais moi-même nommé Maître de Conférences à Clermont. Il m'avait alors mis en contact avec l'Académicien des Sciences de Paris, René Garnier, à charge de lui adresser, sous ma responsabilité, pour communication à l'Académie, des Notes

¹ Ses premiers écrits sur le principe de contradiction ont été publiés en 1958 et 1959 dans l'*Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática*; cf. dans la Bibliographie les références [1958] et [1959].

rédigées, lorsque quelques progrès auraient été faits ou quelques idées nouvelles auraient été avancées, par les personnes avec lesquelles je serais amené à avoir des liens de travail. En 1963, Micali, qui à l'époque ne résidait plus à Clermont, mais y venait souvent, de Paris où il suivait les cours de Samuel², savait cela, et il revint des vacances d'été, qu'il avait passées, comme chaque année, au Brésil, porteur des manuscrits des deux premières Notes [1963c], [1964a] de da Costa, qui me faisait demander d'en corriger les fautes (en dehors de quelques entorses à la langue, auxquelles l'Académie était très sensible, comme le montre la suite de cette histoire, il y avait juste une erreur de frappe à corriger) et d'en envisager la transmission à l'Académie.

Les démonstrations de certains des résultats annoncés ne figurant pas dans le texte, j'entrepris de les vérifier. Da Costa avait établi un système formel "à la Hilbert" et écrit selon ce style des preuves linéaires de thèses, établi des résultats de non-trivialisabilité finie en raisonnant sur de telles preuves, et utilisé des matrices pour infirmer des déductibilités, mais seules certaines de ces matrices étaient produites, et je ne bénéficiai d'aucune autre information. J'avais, sept ans auparavant, séjourné à Amsterdam, où E.W. Beth m'avait initié à sa méthode des tableaux sémantiques, et m'avait fait travailler sur son extension à divers systèmes de logique modale (j'ai été devancé par S. Kanger en ce qui concerne la solution de ce problème); j'utilisai donc cette méthode pour vérifier les thèses annoncées, et élaborais une matrice infinie pour le système $\mathcal{C}_\omega$, régulière, mais non caractéristique, et dont les non-déductibilités qu'elle permettait d'établir montraient les résultats de non-trivialisabilité finie³.

Ayant procédé à ces vérifications, je transmis les Notes⁴ à M. Garnier, qui me répondit en me demandant si l'emploi de l'adjectif "inconsistant" était bien justifié en langue française? Je me plongeai donc dans divers dictionnaires, sans omettre le "grand Robert", pour analyser le sens des adjectifs "consistant" et "inconsistant", s'agissant d'un discours, et arguai de la synonymie entre "consistant" et "cohérent" (admis en matière de logique pour "non-contradictoire") pour prôner l'acceptation d' "inconsistant" pour "contradictoire". M. Garnier se montra très content de

²Il en avait déjà effectué la rédaction [1963a], publiée par la Sociedade de Matemática de São-Paulo.

³Il s'agit, à un détail près, de la matrice $\mathcal{N}$ de [1964e].

⁴Le texte de la Note [1964a] sur les calculs des prédicats contenait des indications suffisamment précises sur la façon d'en ramener les résultats à ceux de la Note précédente, sur les calculs des propositions, pour en rendre la vérification bien plus rapide.

cette étude sur le sens de ces mots⁵, et présenta donc les Notes telles quelles, lors de deux séances successives, le règlement excluant la présentation de plus d'une Note d'un même Auteur à une même séance.

D'un autre côté, j'avais écrit à da Costa pour l'entretenir des méthodes qui m'avaient permis de vérifier ses résultats. Le point essentiel de cette lettre était qu'elle posait le problème d'un calcul de séquents pour ses systèmes. Il était clair qu'en ce qui concerne les connecteurs binaires habituels, il y avait lieu de procéder à la formation de tableaux sémantiques exactement comme dans le cas de la logique intuitionniste⁶; cependant, pour la négation, chaque fois qu'une formule de la forme $\neg A$ se présentait à droite, on jouissait du droit d'inscrire A à gauche, dans la colonne conjuguée de celle où $\neg A$ était apparue⁷; chaque fois qu'une formule de la forme $\neg \neg A$ se présentait à gauche, du droit d'inscrire A dans la colonne même où $\neg \neg A$ était apparue⁸, et le seul problème restant était de déterminer ce qu'il fallait faire en présence d'une formule de la forme $\neg A$ dans une colonne de gauche.

Entre temps, le projet formé de ma venue au Brésil, pour un séjour d'une durée significative, connaissait des vicissitudes diverses. Trois autres Notes de da Costa [1964b,c,d], recouvrant le reste des résultats de sa thèse [1963b], avaient été transmises par mes soins à M. Garnier et présentées par celui-ci à l'Académie, lorsque je vins m'installer, à la fin de la première quinzaine de juin 1964, dans un appartement obligeamment mis à ma disposition par l'Université du Paraná, avec ma famille, pour un séjour de

⁵Ces correspondances de M. Garnier sont maintenant malheureusement égarées, sans doute lors d'un déménagement, ou de quelque voyage.

⁶En effet, par principe, les systèmes $\mathcal{C}_n$ étaient conçus comme des extensions de la logique positive.

⁷Cela se voit immédiatement en réalisant que les preuves dans les $\mathcal{C}_n$ sont des déductions dans la logique positive, sous des hypothèses qui sont des axiomes propres aux $\mathcal{C}_n$ (par rapport à ceux de la logique positive); ainsi, par exemple, l'axiome $A \vee \neg A$ peut toujours être rajouté à gauche par la pensée, et des sous-tableaux issus du traitement de cette formule, on laisse de côté celui qui se clôt immédiatement ("par la pensée", ici, veut dire que le fait d'inscrire A dans la colonne de gauche conjuguée de la colonne de droite où l'on constate une occurrence de $\neg A$ équivaut à la succession des opérations suivantes: inscrire $A \vee \neg A$ dans cette colonne de gauche; traitant cette occurrence aussitôt, scinder le sous-tableau où elle se situe, inscrire $\neg A$ dans la colonne de gauche de l'un des sous-tableaux obtenus, A dans la colonne de gauche de l'autre —le premier est donc immédiatement clos, et n'apportera plus aucune autre information; effacer l'occurrence de $A \vee \neg A$ rajoutée, et le sous-tableau immédiatement clos— toutes les autres informations utiles dans la suite se tirent de la présence de l'occurrence de A rajoutée dans la colonne de gauche du sous-tableau qui reste).

⁸Raisonnement analogue avec $\neg \neg A$.

trois mois. J'étais chargé de dispenser des cours "très élémentaires" de logique algébrique (en fait, d'algèbre de Boole) et de théorie des modèles, ainsi que d'un séminaire de théorie des ensembles (je traitai du système formel de Bourbaki et des modèles du système de logique sous-jacent, étudiés dans ma thèse⁹). Le séminaire de da Costa se réunissait deux fois par semaine; il y fut traité d'études de reconstitution de diverses théories (logique à plusieurs sortes de variables, théorie de Kelley-Morse, système NF —sujet de la thèse que préparait Ayda I. Arruda, dont je fis la connaissance à Curitiba)— et aussi de la logique discursive de Jaskowski. En outre, j'eus, avec Newton et Ayda, de multiples conversations plus informelles sur les réflexions que nous entreprenions, chacun de notre côté, sur les remarques faites à ces occasions.

Newton da Costa rappelle, dans une Note écrite avec Elias H. Alves [1976], que je remarquai la validité de la loi de Peirce $((A \supset B) \supset A) \supset A$ dans les $\mathcal{C}_n$ (n fini)¹⁰. Celle-ci, cependant, ne valait pas dans

⁹Da Costa, dans une lettre du 11 décembre 1996, atteste que ce fut le point de départ de ses travaux sur les v.b.t.o. [1975b], [1980], [1983]. Les trois autres séjours que j'ai faits au Brésil furent l'occasion de conférences, d'échanges et de publications consacrés à d'autres sujets que la logique paraconsistante, et dont l'évocation se situe donc hors du cadre du présent article. Ainsi, en 1964 et 1966, alors que da Costa enseignait à Curitiba, l'intérêt des algébristes et des logiciens brésiliens se portait particulièrement sur les solutions proposées à l'époque par les logiciens aux difficultés suscitées par les fondements de la théorie des catégories, où des classes propres étaient manipulées au-delà des limites permises par la théorie de Bernays-Gödel. En fait, dès 1964, da Costa avait aussi entrepris de traiter la question dans le cadre de théories des ensembles fondées sur la logique classique, au sujet desquelles nous avons eu des échanges présentant quelques analogies avec ceux que nous avons eus sur les systèmes $\mathcal{C}_n$ (da Costa y fait allusion en note dans [1965a]).

¹⁰On voit facilement qu'en logique positive, la loi de Peirce se déduit: de l'hypothèse A , immédiatement; de l'hypothèse B , de façon un peu moins immédiate. Pour $\mathcal{C}_1$, en raison de l'axiome $C \vee \neg C$, ou bien A ne "se comporte pas bien", c'est-à-dire qu'on a $A \wedge \neg A$, ou bien au contraire "se comporte bien", c'est-à-dire qu'on a A° —abréviation de $\neg(A \wedge \neg A)$ — et il en va de même pour B . Ce qui précède montre que la loi de Peirce se déduit en logique positive de l'hypothèse que A ne se comporte pas bien, et aussi de l'hypothèse que B ne se comporte pas bien; la seule hypothèse restante se trouve être $A^\circ \wedge B^\circ$, de laquelle la loi de Peirce se déduit dans $\mathcal{C}_1$, selon le théorème 4 de [1963c] même (validité des séquents classiques sous l'hypothèse que les composantes premières des formules en jeu se comportent bien).

Bien sûr, une fois connue la définissabilité dans $\mathcal{C}_1$ d'un connecteur de négation booléenne, on en tire la conséquence que toutes les thèses de la logique implicative *classique* sont des thèses de $\mathcal{C}_1$, mais la validité dans $\mathcal{C}_1$ de la loi de Peirce a été remarquée *avant* que cette définissabilité ait été prouvée.

$\mathcal{C}_\omega$ ¹¹. L'explication de ces faits nous fut donnée quelques temps plus tard, quand, étudiant l'algèbre des classes des systèmes $\mathbf{NF}_i$, Ayda Arruda fit la découverte la plus profonde de cette période¹², celle de la négation que da Costa et moi-même avons qualifiée dans [1965b] de "composée", et de son caractère booléen dans les $\mathcal{C}_n$ (n fini); pour $\mathcal{C}_1$, il s'agit du connecteur $\neg^*$ tel que $\neg^*A$ soit $\neg A \wedge A^\circ$, où A° est une notation abrégée pour $\neg(A \wedge \neg A)$. Ainsi chacun des $\mathcal{C}_n$ (n fini) est-il une extension du calcul des propositions classique, en ce sens que toutes les thèses de ce dernier, traduites en interprétant la négation par la négation composée, en sont des thèses; par exemple, $A \supset B$ est équivalente à $\neg^*A \vee B$ ¹³. En jouant de tableaux sémantiques clos, constitués ainsi que je l'ai expliqué plus haut, mais moyennant l'ajout, dans un premier temps, de la règle erronée consistant à permettre, $\neg A$ et A° figurant dans une même colonne de gauche, l'introduction de A dans la colonne de droite conjuguée, règle remplacée, dans un second temps, par la règle correcte consistant à admettre comme clos un couple de colonnes conjuguées dans la colonne de gauche duquel figurent une formule A et les formules $\neg A$ et A° ¹⁴, j'avais moi-même établi la validité de la thèse $A^\circ \supset ((A \supset B) \sim \neg A \vee B)$, dans $\mathcal{C}_\omega$, ai-je pensé un temps, mais en fait, dans $\mathcal{C}_\omega$ augmenté du schéma $B^\circ \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$, me suis-je aperçu plus tard (ce schéma-ci est utilisé dans la preuve de la proposition 3.1 de [1965b]), où elle est essentiellement équivalente à la précédente¹⁵, et les séquents $\neg(A$

¹¹La matrice produite à cet effet dans [1964e] manifeste la conscience bien prise, à cette époque, de la nécessité de prendre en compte les restrictions intuitionnistes dans le maniement de la méthode des tableaux sémantiques en vue de la recherche de preuves formelles de $\mathcal{C}_\omega$.

¹²D'après des notes que j'ai conservées, il semble que ce soit le 21 août qu'elle a exposé ce théorème au séminaire; le 22 juillet, elle nous avait dit qu'elle soupçonnait une "loi de dualité" dans l'algèbre des classes de $\mathbf{NF}_1$, mais qu'elle ne voyait pas comment la prouver.

¹³Ce qui, compte tenu de la remarque à suivre, légitime entièrement l'*abandon* de toute restriction intuitionniste dans le maniement des tableaux sémantiques, pour autant qu'il s'agisse de séquents des $\mathcal{C}_n$ (n fini).

¹⁴En prenant pour B la formule $A \wedge \neg A \wedge A^\circ$ elle-même, ceci est un corollaire direct de la proposition 3.1 de [1965b], qui figure dans la thèse de da Costa [1963b], p. 16. Que cette condition *suffisante* de clôture soit aussi *nécessaire* (en ce sens que la présence de $\neg A$ dans une colonne de gauche se traite correctement en scindant cette colonne et sa conjuguée en deux sous-colonnes conjuguées, dans l'une desquelles on introduit A du côté droit, alors que dans l'autre on introduit A° du côté droit) est la clef de voûte des apports de la Note de da Costa et Alves [1976].

¹⁵Mais présente le désavantage, par rapport à celle-là, de ne pas mettre en évidence la légitimité du passage des règles intuitionnistes aux règles classiques.

$\wedge B) \supset \neg A \vee \neg B \vdash A^\circ \wedge B^\circ \supset (A \wedge B)^\circ$, $\neg(A \vee B) \supset \neg A \wedge \neg B \vdash A^\circ \wedge B^\circ \supset (A \vee B)^\circ$, $\neg(A \supset B) \supset A \wedge \neg B \vdash A^\circ \wedge B^\circ \supset (A \supset B)^\circ$ du même système¹⁶. Par le même test, appliqué au schéma $A^{(n)} \supset (\neg A)^{(n)}$ de l'axiomatisation initiale des $\mathcal{C}_n$ (n fini), j'en établis aisément la redondance¹⁷ (Ayda Arruda le rappelle dans la Note [1975a]).

Ainsi, j'avais été pressenti pour une aide, et honorant une promesse tacite, je m'étais trouvé engagé dans une entreprise dont les implications philosophiques ne m'avaient été révélées qu'après coup. Mais, nous n'étions plus au temps des querelles homériques (et où il faudrait peut-être rechercher quelques pincées d'humour) entre Hilbert et Brouwer; le principe de tolérance avait fait son œuvre; et puis, j'avais été envoyé m'initier à la logique à Amsterdam, y avais suivi des enseignements de Heyting, et côtoyé le diable qu'était alors l'intuitionnisme aux yeux de certains éminents mathématiciens français. Non sans raisons qui, compte tenu de ces temps troublés, n'étaient pas toutes mauvaises, et dont quelques-unes étaient extra-mathématiques; mais on peut reconnaître la valeur d'une œuvre mathématique sans adhérer aux thèses soutenues par son auteur dans d'autres domaines, ni même à ses motivations relevant de la philosophie des mathématiques¹⁸. Lors de mon séjour à Curitiba, il était vite devenu clair pour moi que je me trouvais face à un projet philosophique tout aussi

¹⁶Les preuves formelles du premier de ces séquents, et de celui qu'on en tire en échangeant son antécédent avec son conséquent, sont décrites dans [1965b]. Elles y sont suivies d'une suggestion un peu rapide concernant les preuves des deux derniers, qui s'obtiennent en fait aisément à partir de tableaux construits comme il a été dit. Da Costa fit la remarque que les preuves des séquents des $\mathcal{C}_n$ (n fini) correspondants font aussi intervenir, pour $n > 1$, le schéma $\neg(A \wedge B) \supset \neg A \vee \neg B$.

L'«...algorithme de décision simple, qui fera l'objet d'un travail ultérieur du second des Auteurs» (projet tombé dans l'oubli sous la masse des préoccupations m'ayant assailli à mon retour de Curitiba, mais peut-être par manque de motivations «philosophiques»), sur quoi se termine [1965b], consistait visiblement à ajouter aux axiomes des $\mathcal{C}_n$ (n fini), que les analogues des séquents ci-dessus permettaient alors de réduire en nombre et en complexité, les schémas $\neg(A \wedge B) \supset \neg A \vee \neg B$, $\neg(A \vee B) \supset \neg A \wedge \neg B$, $\neg(A \supset B) \supset A \wedge \neg B$ qui, utilisés comme le schéma $\neg \neg A \supset A$ (notes 7 et 8 ci-dessus), permettent *in fine* l'application de toutes les règles de construction des tableaux sémantiques classiques, à l'exception de l'élimination d'une négation portant sur une variable propositionnelle et se présentant du côté gauche. Il restait à justifier la complétude de cette méthode pour de tels systèmes, strictement plus forts que les $\mathcal{C}_n$ (n fini).

¹⁷Pour $\mathcal{C}_1$, la preuve qui en est donnée dans [1965b] se ramène à prendre $\neg B \wedge \neg \neg B$ pour A dans le schéma $B^\circ \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$.

¹⁸En fait, Brouwer a élaboré ses mathématiques des processus en cours de déroulement tout à fait en dehors de toute préoccupation informatique, une discipline dont on n'avait pas la première idée en 1907, et à l'étude des problèmes mathématiques que pose cette discipline, elles conviennent bien.

iconoclaste, profondément médité et tout à fait cohérent, et de plus déjà en voie de prendre forme dans ses développements mathématiques. Mes propres penchants me portaient à l'admettre, non à m'y engager; j'en pressentais, en mon for intérieur, les difficultés techniques que da Costa, Béziau et Bueno [1996] y ont discernées récemment; je ne voyais pas de raison profonde à ce que le choix des systèmes $\mathcal{C}_n$ soit le bon (da Costa lui-même n'a d'ailleurs à aucun moment exclu l'exploration d'autres pistes). Mais, adoptant vis à vis de cette entreprise l'attitude plaidée il y a un instant, je m'adonnai là-bas sans réserve, durant mes moments de loisir, à la recherche de résultats sur les systèmes $\mathcal{C}_n$.

Je ne pouvais cependant envisager, ni d'engager dans l'entreprise des élèves en France, ni d'y persister longtemps moi-même sans faire jouer des verrouillages pour le moins aussi lourds que ceux qui étaient opposés à l'intuitionnisme; je me bornai donc, par la suite, à une aide matérielle et à un appui moral, dans le dédale des démarches administratives préalables à tout échange¹⁹, par la transmission à René Garnier, qui les présentait à l'Académie et en assurait ainsi une excellente diffusion, des Notes qui me furent adressées à cet effet par Newton da Costa et divers de ses collaborateurs²⁰, et en soutenant, en 1970, sa candidature à São-Paulo. Tout cela n'alla pas sans nombre de vicissitudes, l'acheminement des courriers était lent, suspect d'aléatoire, le téléphone, trop cher; aujourd'hui, où l'on dispose du courrier électronique, on a de la peine à s'imaginer les difficultés des communications à l'époque; par ailleurs, les responsabilités administratives qui m'étaient confiées ne tardèrent pas à se multiplier²¹, et, en raison des troubles qui agitèrent l'Université à partir de 1968, retinrent souvent toute mon attention en raison de situations délicates (l'année 1976, qui succédait à une année où, chargé d'organiser, à Clermont-Ferrand, la réu-

¹⁹Sont ainsi venus en séjour: à Clermont-Ferrand, en 1965-66, Jayme Cardoso, algébriste et collègue de da Costa à Curitiba; en 1967, à Paris et à Clermont-Ferrand, da Costa lui-même; en 1970, à Clermont-Ferrand et à Lyon, Ayda Arruda, auxquels s'est ajouté, en 1969-70, Antonio Monteiro, sur une suggestion de da Costa en 1965.

²⁰J'en ai recensé 27, s'étalant de 1963 à 1977, en y comprenant celles qui ont déjà été citées, et auxquelles il faut ajouter deux Notes d'Edison Farah, et deux Notes de Luisa Itturioz, dont la première me fut transmise par da Costa, alors en séjour à Bahia-Blanca. Je devais d'ailleurs par la suite défendre avec succès, auprès des autorités universitaires, en 1976, au pire moment de la dictature militaire en Argentine, la candidature de celle-ci à l'Université de Lyon. Par ailleurs, 6 Notes présentées à partir de 1967 à l'Académie des Sciences par M. Lichnerowicz et dont je suis en possession de tirages, ne sont sans doute pas sans rapport avec le séjour de da Costa à Paris cette année-là.

²¹Juste un exemple: quelques mois après le séjour de Jayme Cardoso, le Doyen de la Faculté des Sciences me confia d'autorité la mission de m'occuper des dossiers de tous les "diplômés" (étudiants de haut niveau) étrangers!

nion européenne de l'ASL, je fus, naturellement, très occupé à cela, fut particulièrement troublée, jusqu'au mois d'avril, par la décision, très âprement contestée, du Ministre de l'Education Nationale, de scinder l'Université de Clermont-Ferrand en deux Universités).

Trois Notes restèrent en suspens lorsque, en 1978, l'Académie des Sciences mit en place un réseau de referees²². Cette opération s'était sans doute accompagnée d'une définition plus stricte de ce qu'il convient de faire entrer dans le champ des contributions aux mathématiques; les contributions plus chargées d'impacts philosophiques allaient devoir se situer dans un "ailleurs" à définir²³. Mais le développement de l'informatique et des bases de données, et l'appel à un traitement adéquat des problèmes de nature logico-mathématiques qu'elles soulèvent, faisaient déjà naître des cercles, et des revues, où l'idée de la recherche d'un traitement adéquat des contradictions locales allait faire son chemin, et révéler une *utilité*, tout à fait inattendue à ses débuts²⁴, de la réflexion en logique paraconsistante.

Pour ma part, ce fut à entendre l'adresse de Newton da Costa au Congrès International de Logique, Méthodologie et Philosophies des Sciences de Moscou, en 1987, que je me rendis compte que sa foi venait de déplacer des montagnes, qu'avec la sémantique des connaissances incomplètes, la logique paraconsistante surmontait sa fragilité infantile et acquérait droit de cité, bref, que *l'intérêt* qu'elle présente peut aller bien au-delà de la recherche et de l'étude de systèmes formels et de leurs modèles, et que je me remis à en suivre les développements, avec un intérêt croissant, à force de voir remonter, des équipes de recherche en informatique des Instituts Universitaires de Technologie —surtout depuis mon départ en retraite, en 1991— de plus en plus d'essais consacrés, parfois même sans référence à

²²Au bout de neuf mois, les referees n'ayant donné aucune réponse, leurs auteurs retirèrent leurs textes, avec l'accord du Secrétaire Perpétuel.

²³Ce qui pose le problème d'une institution acceptant la publication d'œuvres pionnières dans des domaines non encore envisagés.

²⁴Da Costa lui-même, dans un article [1995] récemment écrit avec Béziau et Bueno, ponctue d'un point d'exclamation la remarque "... paraconsistent logic has found a fruitful ... field of application: Computer Science!"

elle, à l'étude de procédés de bornage des effets de la présence de contradictions locales au sein d'une base de données²⁵.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1958] N.C.A. da Costa. *Nota sobre o conceito de contradição*, Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática, vol. 1, nova série, pp. 6-8.
- [1959] N.C.A. da Costa. *Observações sobre o conceito de existência em matemática*, Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática, vol. 2, nova série, pp. 16-19.
- [1963a] P. Samuel. Anneaux Factoriels, *Rédaction de A. Micali*, Publicação do Instituto de Pesquisas Matemáticas da Universidade de São-Paulo e da Sociedade de Matemática de São-Paulo, iv+102pp.
- [1963b] N.C.A. da Costa. *Sistemas Formais Inconsistenses*, Thèse, Universidade Federal do Paraná, ii+67 pp.
- [1963c] N.C.A. da Costa. *Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants*, C.R. Acad. Sc. Paris 257, pp. 3790-3793.
- [1964a] N.C.A. da Costa. *Calculs des prédicats pour les systèmes formels inconsistants*, C.R. Acad. Sc. Paris 258, pp. 27-29.
- [1964b] N.C.A. da Costa. *Calculs des prédicats avec égalité pour les systèmes formels inconsistants*, C.R. Acad. Sc. Paris 258, pp. 1111-1113.
- [1964c] N.C.A. da Costa. *Calculs de descriptions pour les systèmes formels inconsistants*, C.R. Acad. Sc. Paris 258, pp. 1366-1368.
- [1964d] N.C.A. da Costa. *Sur un système inconsistant de théorie des ensembles*, C.R. Acad. Sc. Paris 258, pp. 3144-3147.
- [1964e] N.C.A. da Costa et M. Guillaume. *Sur les calculs $\mathcal{C}_n$* , Anais da Academia Brasileira de Ciências 36, pp. 379-382.
- [1965a] N.C.A. da Costa. *On two systems of set theory*, Koninkl. Nederl. ak. van Wetenschappen, Amsterdam, 68 (1965), pp. 95-99.
- [1965b] N.C.A. da Costa et M. Guillaume. *Négations composées et loi de Peirce dans les systèmes $\mathcal{C}_n$* , Portugalia Mathematica 24, pp. 201-210.
- [1975a] A.I. Arruda. *Remarques sur les systèmes $\mathcal{C}_n$* , C.R. Acad. Sc. Paris 280 A, pp. 1341-1344.

²⁵Dans l'intervalle, ce fut à moi que Jean-Yves Béziau s'adressa, en 1989, pour se documenter sur la logique paraconsistante, qui avait retenu son intérêt; je lui fournis toutes les références dont je disposais, et des copies d'articles de synthèse, pour lui permettre de dominer au plus vite le domaine. Il s'en est suivi une collaboration avec Newton da Costa, qui était la meilleure chose à faire, et dure encore. Qu'il trouve ici l'expression de mes vifs remerciements pour m'avoir fourni, à sa demande, cette occasion de raconter mes souvenirs sur cette coopération, peut-être lointaine au total, mais que je crois avoir été utile, au développement des logiques paraconsistantes.

- [1975b] N.C.A. da Costa et I.F. Druck. *Sur les "vbtos" selon M. Hatcher*, C.R. Acad. Sc. Paris 281 A, pp. 741-743.
- [1976] N.C.A. da Costa et E.H. Alves. *Une sémantique pour le calcul $\mathcal{C}_1$* , C.R. Acad. Sc. Paris 283 A, pp. 729-731.
- [1980] N.C.A. da Costa. *A model-theoretic approach to variable binding term operators*, in A.I. Arruda, R. Chuaqui and N.C.A. da Costa, eds, *Mathematical Logic in Latin-America*, North-Holland, Amsterdam, 1980, pp. 133-162.
- [1983] N.C.A. da Costa and C. Mortensen. *Notes on the theory of variable binding term operators*, *History and Philosophy of Logic*, 4 (1983), pp. 63-72.
- [1995] N.C.A. da Costa, J.Y. Béziau and O.A.S. Bueno. *Aspects of Paraconsistent Logic*, *Bull. of the IGPL*, Vol. 3 n° 4, pp. 597-614.
- [1996] N.C.A. da Costa, J.Y. Béziau and O.A.S. Bueno. *Topics in Paraconsistent Logic*, *Philosophical Alternatives*, à paraître.