CAUSALITE. ESSAI DE DEFINITION

par A. BAYART

0. Introduction

La notion de causalité se montre extrêmement rébarbative à l'analyse logico-mathématique. La raison en est que cette notion, telle qu'elle est appliquée dans la vie courante ou même dans de nombreuses sciences, comporte des composantes non mathématiques, qui sont inévitablement plus ou moins vagues, et que, de plus, l'on recourt souvent à la notion de causalité pour trancher des questions de responsabilité, ce qui prête le flanc à des interférences d'ordre pragmatique ou même émotif.

On peut toutefois surmonter ces difficultés en se donnant un univers abstrait, que l'on définira par des notions purement mathématiques. On pourra alors développer une théorie mathématique de cet univers, et espérer donner dans le cadre de cette théorie, une définition de la notion de causalité.

Il faudra cependant s'attendre à ce que cette notion mathématique de causalité ne soit pas entièrement équivalente à la notion intuitive vague qui, comme il a été dit plus haut, trouve à s'appliquer dans la vie courante et dans de nombreuses sciences. Cette absence d'équivalence parfaite consistera dans le fait que la théorie mathématique de la causalité, appliquée à des cas concrets, pourra dans certains de ces cas inciter à reconnaître un lien de causalité là où le sens commun n'en établit pas, ou inversément.

Ceci n'exclut cependant pas la possibilité de se donner de la notion de causalité une définition mathématique qui, bien que s'écartant dans certains cas de la manière dont le sens commun comprend cette notion, sera cependant, dans une large mesure, conforme à cette manière de comprendre cette notion, de sorte qu'il sera assez naturel de donner le nom de «causalité» à la relation mathématique que nous définirons. Nous tentons de formuler ici une pareille théorie.

1. Notions premières

Un univers est un ensemble de trois ensembles non vides et mutuellement exclusifs, à savoir: un ensemble de moments, un ensemble d'individus et un ensemble de propriétés.

L'ensemble des moments est l'ensemble des nombres réels. Si deux moments m et m′ sont tels que m < m′, nous dirons que m est antérieur à m′, et que m′ est postérieur à m.

Nous nous donnons la notion «individu» comme une notion première non définie. C'est d'ailleurs ainsi que l'on procède quand on fait la sémantique de la logique des prédicats. L'ensemble des individus peut être fini, ou infini dénombrable, ou infini non dénombrable.

Nous nous donnons également la notion «propriété» comme une notion première non définie. L'ensemble des propriétés peut lui aussi être fini, ou infini dénombrable, ou infini non dénombrable. Toutefois, pour que les notions que nous définirons ultérieurement puissent trouver à s'appliquer avec quelque intérêt, il faudra nous donner au moins deux propriétés différentes.

Dans ce qui suivra nous partirons, sur le plan de la pensée intuitive qui nous guidera heuristiquement, du présupposé qu'à chaque moment un individu a une et une seule propriété, mais qu'au même moment plusieurs individus peuvent avoir la même propriété. On objectera que, dans la vie courante et dans beaucoup de sciences, on admet qu'à un moment donné un individu peut avoir simultanément plusieurs propriétés, comme par exemple: avoir un certain volume, une certaine masse et une certaine couleur. Nous dirons alors que le fait d'avoir un certain volume déterminé, ou le fait d'avoir une certaine masse déterminée, ou le fait d'avoir une certaine couleur déterminée, sont des propriétés élémentaires, que par contre le fait d'avoir simultanément un certain volume déterminé et une certaine masse déterminée et une certaine couleur déterminée, est une propriété complexe, et que ce sont ces propriétés complexes qui sont les éléments de notre ensemble de propriétés.

2. Le temps

Nous avons tenté de développer une théorie de la causalité pour un univers construit à partir des notions premières visées au § 1. Personnellement nous n'avons pu surmonter certaines difficultés qui résultaient du fait que le temps était continu et qu'il n'avait pas de commencement. Le fait, par contre, que le temps n'avait pas de fin ne nous a pas fait difficulté, mais nous avons trouvé intéressant de pouvoir envisager un temps fini. Nous définissons dès lors comme suit l'ensemble des moments que nous considérerons dans la suite.

L'ensemble des moments est, soit l'ensemble des nombres naturels, soit l'ensemble des nombres naturels de 0 à un nombre naturel m déterminé. L'ensemble des moments peut ne contenir que le moment 0, mais, pour que les développements qui suivront puissent s'appliquer avec quelque intérêt, il faudra nous donner au moins deux moments, ou parfois au moins trois moments.

3. Les mondes possibles

Intuitivement un événement est le fait qu'à un moment donné un certain individu a une propriété déterminée. Mathématiquement un événement est un ensemble de trois éléments, à savoir un moment, un individu et une propriété.

On comprend intuitivement immédiatement ce qu'est un état d'un monde à un moment donné. Mathématiquement nous disons qu'un état Em à un moment m est un ensemble d'événements tel que tous les événements de Em ont le moment m comme élément et que pour tout individu i il y a dans Em un et un seul événement qui contient i comme élément.

Un monde concevable W est un ensemble d'états tel que pour tout moment m il y a dans W un et un seul état au moment m. Si W contient l'état Em, nous dirons que W se trouve dans l'état Em au moment m.

Nous aurions pu nous donner la notion de «monde concevable» comme une notion première non définie, et nous aurions alors pu définir la notion de «propriété». Une propriété aurait été une fonction à trois arguments, à savoir un monde concevable, un moment et un individu, et prenant le vrai ou le faux comme valeur. Nous avons toutefois trouvé plus commode de procéder comme nous avons fait.

Nous appelons «chaos» l'ensemble des mondes concevables que nous nous sommes donnés ci-dessus. On voit en effet intuitivement que, considérer que tous ces mondes concevables sont des mondes possibles, revient à admettre que, quel que soit le passé d'un monde jusqu'à un moment m, il pourra se trouver dans n'importe quel état aux moments ultérieurs ; en d'autres termes, dans ce chaos il n'y a pas de lois de la nature. Par contre nous appelerons «cosmos» un ensemble de mondes concevables qui obéissent aux lois de la nature, et nous dirons que ces mondes sont des mondes possibles. Mathématiquement, pour un univers donné, nous nous donnons un cosmos en nous donnant un sousensemble propre et non vide du chaos, et les éléments de ce cosmos sont des mondes possibles.

Pour que les développements qui suivront puissent s'appliquer avec quelque intérêt, il faudra que notre cosmos contienne au moins deux mondes possibles. Ceci est possible même dans l'univers qui présente un minimum d'intérêt, à savoir un univers avec deux moments, un individu et deux propriétés. En effet dans cet univers nous avons quatre mondes concevables.

4. *Exemple concret. Le bridge*

Nous considérons le jeu de la carte au bridge. Les 52 cartes sont les individus de notre univers. Il y a sept propriétés, à savoir: se trouver dans la main de Nord, Est, Sud ou Ouest, ou au milieu de la table, ou dans le paquet de plis réalisés par le camp Nord-Sud ou le camp Est-Ouest. Au moment 0 la place des cartes est celle qu'elles occupent avant qu'une carte n'ait été abattue. Chaque pli comporte cinq moments, à savoir un moment chaque fois qu'un des quatre joueurs a abattu une carte, et un cinquième moment après que les quatre cartes qui ont été abattues auront été placées dans le paquet du camp qui vient de gagner le pli. Il y aura donc 66 moments numérotés de 0 à 65.

De loin la grande majorité des mondes concevables, que nous nous donnons ainsi, ne présentera presque aucune ressemblance avec ce qu'est une partie de bridge. Nous ne retenons comme mondes possibles que ceux qui sont conformes aux règles du jeu de bridge. Par ces règles nous n'entendons pas celles qu'il est recommandé d'observer pour bien jouer, c'est-à-dire pour augmenter ses chances de gagner autant de plis que possible, mais celles qu'il faut respecter pour ne pas être accusé de tricher. Ces règles impératives jouent le rôle de lois de la nature. Certaines de ces règles tiennent toutefois compte du résultat des annonces. Ce résultat consiste dans le fait que l'on joue en sans-atout, en piques, en cœurs, en carreaux ou en trèfles, et dans le fait qu'untel, parmi les quatre joueurs, doit le premier abattre une carte. Nous devrons donc envisager $5 \times 4 = 20$ cosmos différents.

Il nous semble intéressant de nous donner ici les notions de «cosmos avec mémoire» et de «cosmos sans mémoire». Toutefois comme ces notions n'interviendront pas dans les développements qui suivront, nous nous bornons à les expliquer d'une manière intuitive. Un cosmos est sans mémoire si ce qui peut se produire dans un monde possible après un moment m dépend uniquement de l'état de ce monde au moment m, et nullement de ce qui s'est passé dans ce monde avant le moment m.

Le jeu de bridge, tel que nous l'avons construit, donne des cosmos avec mémoire. Si l'on joue en sans-atout, si Nord joue le 2 de piques, si Est, n'ayant plus de piques, joue le 5 de cœurs, et si Sud a des piques et des cœurs, Sud devra se souvenir de ce que deux moments auparavant Nord a joué piques, et que dès lors lui, Sud, doit aussi jouer piques et non cœurs. Si alors Sud joue le 4 de piques et si Ouest joue le 3 de piques, il faudra au 5ème moment du pli se rappeler que la première carte qui a été jouée était un pique, pour en conclure que le pli est remporté par le 4 de piques de Sud et non par le 5 de cœurs d'Est.

On pourrait cependant représenter le jeu de bridge par un cosmos sans mémoire. Aux 52 cartes nous ajoutons 5 jokers sur lesquels sont inscrites respectivement les mentions «sans atout», «piques», «cœurs», «carreaux» et «trèfles». Au lieu de 7 places, nous nous en donnons 10, à savoir: être dans la main de Nord, Est, Sud ou Ouest, être sur la table devant Nord, Est, Sud ou Ouest, et être dans le paquet de plis du camp Nord-Sud ou Est-Ouest. Au moment 0, le joker, qui indique la couleur dans laquelle on joue, est placé sur la table devant le joueur qui doit le premier abattre une carte, et les 4 autres jokers sont placés dans la place réservée aux plis remportés par le camp auquel appartient ce joueur (quitte à ne pas les compter comme un pli à la fin du jeu). Aux quatre premiers coups de chaque pli, le joueur abat sa carte, non au milieu de la table, mais devant lui. Au 5ème moment de chaque pli on met les quatre cartes qui ont été jouées dans le paquet de plis du camp qui vient de gagner le pli, et de plus on place le joker, qui indique la couleur dans laquelle on joue, devant le joueur qui devra entamer le pli suivant. Ainsi à chaque instant m, l'emplacement des cartes à ce moment suffit à faire savoir quelles sont les règles impératives qu'il faut respecter au moment m + 1. Notons que cette méthode nous permet de ne considérer qu'un seul cosmos au lieu de 20 cosmos différents. En effet, l'emplacement initial des jokers indique la couleur dans laquelle on joue et le joueur qui, le premier, doit abattre une carte.

D'une manière générale nous pouvons dire qu'il y a des cosmos avec mémoire que l'on peut remplacer par des cosmos sans mémoire, en se donnant des individus et/ou des propriétés supplémentaires. Ceci donnera des événements supplémentais qui pourront être considérés comme des traces du passé telles, que les lois de la nature ne tiennent compte du passé d'un monde possible que dans la mesure où ce passé a laissé de ces traces.

Il n'est cependant pas certain que l'on puisse ainsi transformer tout cosmos avec mémoire en un cosmos sans mémoire.

5. *Exemple concret. Les échecs*

L'ensemble des moments sera l'ensemble des nombres naturels. Les pièces du jeu d'échecs seront les individus. Il y aura 65 propriétés, à savoir: se trouver sur telle ou telle case de l'échiquier ou être écartée de l'échiquier. Les mondes possibles seront ceux qui sont conformes aux règles impératives du jeu d'échecs et non à celles qu'il est recommandé de suivre pour bien jouer. L'état d'un monde au moment 0 sera celui où il se trouve au premier coup de Blanc; l'état au moment 1 sera celui où il se trouve après le premier coup de Blanc; l'état au moment 2 sera celui où il se trouve après le premier coup de Noir et ainsi de suite.

On pourrait toutefois craindre de rencontrer certaines difficultés du fait que, quand un pion atteint la ligne opposée, il se transforme en une autre pièce. On pourra alors préférer considérer que les cases de l'échiquier sont les individus, et qu'il y a 13 propriétés, à savoir: être couverte par un roi blanc, une dame blanche, une tour blanche, un fou blanc, un cavalier blanc, ou un pion blanc, ou de même par une pièce noire, ou ne pas être couverte par une pièce. On voit l'avantage qu'il y a à se donner les notions «individu» et «propriété» comme des notions premières non définies, puisque ceci nous permet, dans une application concrète de notre théorie, de choisir comme individus et comme propriétés ce qui nous paraîtra le plus commode.

On pourrait aussi songer à ne se donner qu'un temps fini pour le jeu d'échecs en stipulant qu'un monde ne peut pas se trouver deux fois dans la même situation, en entendant par là qu'il ne peut pas se trouver deux fois dans le même état alors que c'est au même joueur (Blanc ou Noir) à jouer. Cela revient à dire qu'il ne peut pas y avoir deux moments pairs où le monde se trouve dans le même état, et de même pour les moments impairs. On objectera qu'il est impossible pour un monde de se trouver dans le même état à deux moments différents, puisque ces états différeront nécessairement par le moment qui est un élément des événements de ces états. Cette objection est aisément surmontée en substituant à l'expression «même état» l'expression «états similaires» et en entendant par états similaires des états qui ne diffèrent que par leurs moments. On voit alors que le temps maximum dont nous aurons besoin pour le jeu d'échecs comportera 2×13^{64} moments. Soit m le dernier moment de ce temps maximum. Il est clair que les parties d'échecs possibles seront terminées à un moment m′ bien antérieur à m. Nous pouvons alors convenir qu'après le moment m′ toutes les cases de l'échiquier resteront vides et que la règle de non répétition ne s'applique pas à ces états vides.

6. *Les situations*

Nous reprenons ici nos constructions mathématiques, telles que nous les avons laissées à la fin du § 3.

Un état Em au moment m est un état possible ssi (si et uniquement si) il y a un monde possible dont Em est un élément.

Une situation Sm au moment m est un ensemble non vide d'états possibles au moment m.

Une situation Sm au moment m est une situation du monde possible W au moment m ssi l'état Em au moment m du monde possible W est un élément de Sm. Nous dirons alors que W se trouve dans la situation Sm au moment m.

Si nous excluons que des états qui ne sont pas possibles puissent être des éléments d'une situation, c'est parce qu'il y aurait une certaine futilité à parler de ces états impossibles, parce que le sens commun, tel qu'il s'exprime dans le langage courant, évite spontanément de verser dans ce genre de futilité, et parce qu'il s'ensuit que, si nous nous autorisions ce genre de futilité dans notre théorie mathématique, les notions mathématiques, que nous définirons plus loin, s'écarteraient d'une manière indésirable des notions intuitives vagues, auxquelles nous désirons les faire correspondre dans une certaine mesure.

C'est avant tout entre des situations que nous définirons des relations de causalité. Cette idée nous est venue, parce que nous avons observé que, dans le langage courant et dans beaucoup de sciences, ce sont presque toujours des situations et non des états ou des événements que l'on vise. Si je dis que tel objet se trouve dans tel local, je dis qu'il se trouve dans une des places en nombre infini que cet objet pourrait occuper dans ce local, sans préciser quelle est cette place.

7. *Les champs*

Deux mondes possibles W et W′ ont le même passé jusqu'au moment m ssi pour tout moment m′ , tel que $m' \leqslant m$, l'état Em′ au moment m′ du monde possible W est également l'état du monde possible W′ au moment m′.

Soit un moment m tel que $m > 0$. Deux mondes possibles W et W′ ont le même passé avant le moment m ssi pour tout moment m′ tel que $m' < m$, l'état Em′ au moment m′ du monde possible W est également l'état au moment m′ du monde possible W′. Nous dirons de plus que tous les mondes possibles ont le même passé avant le moment 0.

Pour tout monde possible W, la situation Cma au moment m est le champ absolu des possibilités de ce monde au moment m, ssi Cma a comme éléments tous les états possibles au moment m. Il est clair que tout monde possible se trouve dans la situation Cma au moment m, et nous dirons que Cma est la situation nécessaire de W au moment m. Par contre, si une situation Sm au moment m est un sousensemble propre de Cma et contient l'état Em au moment m de W, nous dirons que Sm est une situation contingente de W au moment m.

Soient deux moments m et m' tels que m > m'. Nous dirons que la situation Cmm' est le champ de possibilité au moment m d'un monde possible W par rapport au moment m', ssi Cmm' est l'ensemble de tous les états au moment m de tous les mondes possibles qui ont le même passé que W jusqu'au moment m', en ce compris bien entendu l'état du monde possible W au moment m.

Théorème. Soient trois moments m, m' et m'' tels que m'' < m' < m. Alors, pour tout monde possible W, Cmm' est un sousensemble (propre ou non) de Cmm''. Pour voir cela, il suffit de constater que l'ensemble des mondes possibles qui ont le même passé que W jusqu'à m' est un sousensemble (propre ou non) de l'ensemble des mondes possibles qui ont le même passé que W jusqu'à m''.

Dans ce qui suivra, au lieu de «champ de possibilités» nous dirons plus brièvement «champ».

8. *Situations garanties et situations adventices*

Soient deux moments m et m' tels que m' < m et soit Sm une situation contingente du monde possible W au moment m. Nous disons que Sm est garantie dans W au moment m' ssi pour tout monde possible W', qui a le même passé que W jusqu'au moment m', on a que W' se trouve dans la situation Sm au moment m. Ceci revient à dire que le champ Cmm' de W doit être un sousensemble (propre ou non) de Sm. Nous avons estimé que pour éviter une futilité, qui ne serait pas conforme au sens commun, la qualification de «situation garantie» ne devait s'appliquer qu'à des situations contingentes.

Théorème. Soient trois moments m, m', m'' tels que m'' < m'< m. Si la situation Sm est garantie dans le monde possible W au moment m'', elle est garantie au moment m'.

Démonstration. Tous les mondes possibles qui ont le même passé que W jusqu'au moment m'' se trouvent dans la situation Sm au moment m. Or l'ensemble des mondes possibles qui ont le même passé que W jusqu'au moment m' est un sousensemble (propre ou non) de l'ensemble des mondes possibles qui ont le même passé que W jusqu'au moment m''. Donc tous les mondes possibles qui ont le même passé que W jusqu'au moment m′ se trouvent dans la situation Sm au moment m.

Corollaire. Soit m un moment tel que m > 0. Si dans le monde W la situation contingente Sm de W au moment m n'est pas garantie au moment m−1, elle n'est garantie à aucun moment.

Ceci nous incite à nous donner la définition suivante. Si m > 0, si Sm est une situation contingente du monde possible W au moment m, et si Sm n'est pas garantie dans W au moment m−1, nous dirons que Sm est une situation adventice du monde W au moment m. Nous dirons de plus que si S0 est une situation contingente du monde possible W au moment 0, S0 est une situation adventice du monde W au moment 0.

9. *Les causes*

Soit une situation Sm qui dans un monde possble W est garantie à un certain moment. Soit m′ le premier moment où Sm est garantie dans W. Nous dirons que Sm a été causée au moment m′.

La cause déterminante de la situation Sm dans le monde possible W est la situation Sm′ du monde W au moment m′, qui contient tous les états au moment m′ de tous les mondes possibles W′, qui ont le même passé que W avant m′, tels que Sm est garantie dans W′ au moment m′.

Théorème. Si dans un monde possble W la situation Sm′ est la cause déterminante de la situation Sm au moment m de W, alors Sm′ est une situation adventice de W.

Démonstration. Soit m′ > 0. Supposons que Sm′ soit garantie dans W au moment m′−1. Alors tous les mondes possibles W′ qui ont le même passé que W jusqu'au moment m′−1 se trouvent dans la situation Sm′. Par la définition de la cause déterminante, dans tous ces mondes possibles W′ la situation Sm est garantie au moment m′, et ils se trouvent donc dans la situation Sm au moment m. Donc tous les mondes possibles qui ont le même passé que W jusqu'au moment m′−1 se trouvent dans la situation Sm au moment m. Donc Sm est garantie au moment m′−1 dans W. Or par la définition de la cause déterminante m′ était le premier moment où Sm était garantie dans W. Donc nous devons rejeter la supposition que Sm′ serait garantie dans

W au moment m′−1. Soit m′ = 0. Supposons que Sm′ soit nécessaire. Alors tous les mondes possibles se trouvent dans la situation Sm′ au moment 0. Par la définition de la causalité déterminante, dans tous les mondes possibles W la situation Sm est garantie au moment 0, et ils se trouvent dans la situation Sm au moment m. Il s'ensuit que Sm est la situation nécessaire de tout monde possible au moment m. Or Sm est une situation garantie et donc par définition une situation contingente de W. Donc nous devons rejeter la supposition que Sm′ serait nécessaire.

Nous nous donnons encore les définitions suivantes. Soit un monde possible W dont la situation Sm′ au moment m′ est la cause déterminante de la situation Sm au moment m de W. Nous dirons que la situation S′m′ de W au moment m′ est dans W une cause suffisante de Sm ssi S′m′ est un sousensemble (propre ou non) de Sm′. Il est clair que puisque Sm′ est une situation adventice de W, S′m′ sera également adventice. Nous dirons de plus que si une situation S″m′ est une situation adventice du monde W au moment m′, et si Sm′ est un sousensemble (propre ou non) de S″m′, alors S″m′ est une cause indispensable de Sm dans W. Nous préférons l'expression «cause indispensable» à l'expression usuelle de «cause nécessaire», car il est clair que, S″m′ étant une situation adventice, elle ne peut être une situation nécessaire. De ces définitions il découle que la cause déterminante d'une situation est sa cause indispensable et suffisante.

Il est important d'observer que la relation de causalité, telle que nous la définissons, n'est pas une relation à deux arguments, à savoir deux situations, mais une relation à trois arguments, à savoir un monde possible et deux situations. Il se peut que dans un monde possible W la situation Sm′ soit la cause déterminante de la situation Sm, qu'un autre monde possible W′ se trouve également dans la situation Sm′ au moment m′ et dans la situation Sm au moment m, et que cependant Sm′ ne soit pas la cause déterminante de Sm dans W′. En effet il se peut, par exemple, que Sm′ ne soit pas adventice dans W′.

Notons enfin que l'on peut avoir des cosmos sans causalité. Tel serait un cosmos où les lois de la nature n'ont d'autre conséquence que le fait qu'un certain individu i n'a jamais la propriété p.

10. Situations exclues et situations préservées. Les conditions

Soient m et m′ deux moments tels que m′ < m. Nous disons que la situation Sm au moment m est exclue du monde possible W au moment m′ ssi l'intersection de Sm et du champ Cmm′ de W est vide. Il est clair que Sm n'est pas une situation de W au moment m.

Soient m et m′ deux moments tels que m′ < m et soit Sm une situation du monde W au moment m. S'il y a un monde possible W′ qui a le même passé que W avant m′ et qui est tel que Sm est exclue de W′ au moment m′, nous dirons que Sm a été préservée dans W au moment m′. Dans ce cas nous dirons aussi que dans W la condition préservatrice déterminante de Sm au moment m′ est la situation Sm′ du monde W au moment m′ qui contient tous les états au moment m′ de tous les mondes possibles W″ qui ont le même passé que W avant m′ et où Sm n'est pas exclue au moment m′. Il est clair que cette cause préservatrice déterminante est une situation adventice de W.

Soit Sm′ la condition préservatrice déterminante de la situation Sm au moment m du monde possible W. Nous dirons que dans W la situation S′m′ de W au moment m′ est une condition préservatrice suffisante de Sm ssi S′m′ est un sousensemble (propre ou non) de Sm′. Il est clair que la situation S′m′ sera une situation adventice de W. Nous dirons également que dans W la situation S″m′ de W au moment m′ est une condition préservatrice indispensable de Sm ssi on a que S″m′ est une situation adventice de W et que Sm′ est un sousensemble (propre ou non) de S″m′. Il s'ensuit qu'une condition préservatrice déterminante Sm′ sera une conditon préservatrice indispensable et suffisante de Sm dans W.

Dans un monde possible W une situation Sm ne peut avoir des causes (déterminante, indispensables ou suffisantes) qu'à un seul moment, mais elle peut avoir des conditions préservatrices (déterminantes, indispensables ou suffisantes) à plusieurs moments. On peut en effet imaginer entre autres le cas suivant. Les mondes possibles W, W′ et W″ ont le même passé jusqu'au moment m. Au moment m+1, la situation Sm+4 du monde W est exlue de W″. Le monde possible W′ a le même passé que W jusqu'au moment m + 1. Au moment m + 2, la situation Sm+4 de W est exclue du monde W′. Au moment m+3, la situation Sm+4 est causée dans W. Entretemps elle aura été préservée aux moments m+1 et m+2. La relation de préservation est, comme la relation de causalité, une relation à trois arguments, à savoir: un monde et deux situations.

11. Les situations représentantes

Un état partiel est un sousensemble propre d'un état.

Un état partiel est possible s'il est le sousensemble propre d'un état possible.

Un événement est possible s'il est un élément d'un état possible.

Les qualifications telles que: nécessaire, contingent, garanti au moment m′, adventice, causé au moment m′, exclu au moment m′, préservé au moment m′, et les relations de causalité et de préservation, telles qu'elles ont été définies, ne s'appliquent qu'à des situations. On peut désirer pouvoir les appliquer à des états possibles, à des états partiels possibles et à des événements possibles. On peut y arriver au moyen des définitions suivantes.

La situation représentante d'un état possible est la situation qui contient cet état comme unique élément.

La situation représentante d'un état partiel possible est la situation qui a comme éléments tous les états possibles dont cet état partiel possible est un sousensemble.

La situation représentante d'un événement possible est la situation qui a comme éléments tous les états possibles dont cet événement possible est un élément.

Nous pouvons alors convenir que les qualifications et les relations visées ci-dessus s'appliquent à un état possible, un état partiel possible ou à un événement possible ssi elles s'appliquent à leur situation représentante.