

## LE DOMINATEUR ET SES PROBLEMES

Gérolde STAHL

### 1. *Le dominateur ou maître-argument.*

L'argument dominateur, résumé dans les «Dissertationes» d'Epictète et attribué au mégarique Diodore, est considéré comme un des arguments (ou des sophismes) les plus discutés de l'antiquité. Il constitue une application typique et pas du tout triviale des analyses temporelles et modales; on verra que plus l'on s'occupe de l'argument, plus on y trouve des complications (c'est la raison pour laquelle [5] est si différent de cet article). Les pages suivantes se limitent aux aspects *formels* (1) fondamentaux sans épuiser toutes les alternatives possibles; toutes les analyses sont limitées aux systèmes de type traité dans [6] et [7].

Selon Epictète, le dominateur est formé de trois phrases qui ne peuvent pas être affirmées ensemble et qui sont:

Tout ce qui est passé est nécessairement vrai.

Du possible ne procède pas l'impossible.

Est possible ce qui n'est pas vrai ni le sera.

Toujours selon Epictète, Diodore profita du fait que les deux premières phrases semblent bien acceptables pour réfuter la troisième phrase. Cette dernière constituait un obstacle à sa définition de «possible».

Est possible ce qui est vrai ou le sera.

On peut critiquer cette définition, en disant qu'elle est trop étroite, qu'il a aussi des possibles qui ne sont pas vraies ni ne le seront, c'est-à-dire, on peut invoquer la troisième phrase contre la définition Diodorienne. Ainsi pour Diodore la justification de sa définition exigeait la réfutation de la troisième

(1) Les références occasionnelles qui concernent l'histoire, les traductions, etc. sont en grande partie prises de [4], un livre très riche en informations historiques et philosophiques.

phrase, et cette réfutation devrait s'établir en démontrant l'incompatibilité avec les deux premières phrases, qui lui semblaient bien acceptables.

Dans l'antiquité, on acceptait généralement que la troisième phrase est incompatible avec la conjonction des deux premières, mais afin de pouvoir garder la troisième phrase (qui est parfaitement défendable) on niait ou bien la première phrase (Cléanthe: Sont nécessairement vraies seulement les phrases toujours vraies) ou bien la deuxième (Chrysippe).

Pour traduire les trois phrases en langage formel il faut bien se demander ce que veulent dire certains des termes qui y paraissent. Dans la section 2 on retiendra pour chacune des phrases une ou deux traductions et on discutera quelques autres possibilités. Ainsi par rapport à la première phrase on verra deux possibilités:

Toute phrase vraie qui porte sur le passé (ou présent) <sup>(2)</sup> est nécessairement vraie. (I)

Toute phrase vraie dans le passé (ou présent) est nécessairement vraie. (Problème Ib)

Le problème principal de la deuxième phrase est le terme grec «akolouthein» qui a été traduit provisoirement par «procéder». Il pourrait signifier ou bien «succéder (chronologiquement)» (II) ou bien «impliquer» («permettre de déduire»), ce qui correspond à  $(\alpha)$  et  $(\beta)$ . La troisième phrase devrait être traitée comme:

Il y a des possibles qui ne sont pas vrais ni ne le seront. (III)

La conception Diodorienne du possible est formalisée et traitée comme définition formelle (IV) dans la section 3.

<sup>(2)</sup> Le traitement ne change pas en principe si l'on exclut le présent.

2. *Le temps et les modalités considérés séparément.*

Dans cette section on verra une première complication. D'un côté on a besoin des positions temporelles pour traiter les aspects temporels de l'argument, d'un autre côté on a besoin des positions modales pour traiter les aspects modaux correspondants. Pour les aspects modaux, les indices «n» et «p» sont suffisants, tandis que pour les aspects temporels on utilisera l'astérisque avec «k», «l» et «k'» et on introduira, par définition, quelques indices. En raison du mélange entre temporalité et modalité on peut avoir des phrases comme « $V_n * ks$ » («s est une phrase qui est nécessairement vraie au temps k»). Pour les aspects temporels on prendra des modèles où les positions temporelles sont des moments.

En utilisant le symbole non défini «<» on a des expressions comme « $k < k'$ » («k précède temporellement k'»), qui paraissent dans la définition suivante:

$$V_{Fk}s =_{df} (Ek')(k < k' . V * k's)$$

« $V_{Fk}s$ » (et de façon analogue « $V_{Pk}s$ ») signifie que s est au moins une fois vraie dans le futur (passé) par rapport à la position temporelle k, cette dernière traitée comme position actuelle. Pour chacune des positions k on a ainsi les deux classes  $V_{Pk}$  et  $V_{Fk}$ .

La première phrase est maintenant (pour toutes les positions temporelles):

$$(k,s)[(V * ks . Pas_k s) \supset V_n * ks] \quad (I)$$

Toute phrase vraie qui porte sur le passé (ou présent) est nécessairement vraie.

Afin de donner des indications pour la définition de « $Pas_k$ », il faut faire une distinction par rapport aux termes temporels, c'est-à-dire par rapport aux symboles de constantes temporelles: d'un côté on a les *termes relatifs* qui sont définis (directement ou indirectement) à partir de «a», qui symbolise la posi-

tion actuelle (exemple: «hier midi», «midi dans trois semaines» et aussi «a» même), d'un autre côté on a les *termes absolus* qui ne sont pas définis de cette façon (exemple: «midi le 3 septembre de 1976»). On dira qu'une phrase  $s$  porte, au moment  $k$ , sur le passé (ou présent) en termes absolus (« $Pas_k s$ ») si:

- (i) Tous les symboles fonctionnels de la phrase  $s$  (qui appartient à un système temporel *de re*) sont suivis d'un astérisque et ensuite d'un symbole de position temporelle.
- (ii) Les symboles temporels, s'ils représentent des constantes, doivent être absolus et dénoter des positions temporelles  $\leq k$  (c'est-à-dire  $< k$  ou  $= k$ ); s'il s'agit de symboles de variables, ils doivent être liés universellement ou existentiellement par des opérateurs limités aux positions temporelles  $\leq k$ .

D'une façon tout à fait analogue (avec « $k < \dots$ ») on peut définir «La phrase  $s$  porte, au moment  $k$ , sur le futur en termes absolus» et (sans référence à  $k$  et sans restrictions pour les opérateurs) «La phrase  $s$  est formulée en termes absolus».

Dans quelques exemples historiques on a apparemment des termes relatifs, mais une référence à des termes absolus est sous-entendue.

Deux problèmes sont spécialement liés à la phrase (I). Le *problème Ia* est le suivant: Avec (I) on ne peut rien déduire par rapport à une phrase comme «Il pleut (pleuvait) hier midi», tandis que (I) est éventuellement applicable à la phrase «Il pleut midi le 3 septembre de 1976», qui, à la différence du premier exemple, est acceptable comme vérité nécessaire. Sans l'exigence du caractère absolu des termes temporels, (I) produirait des «vérités nécessaires» assez extravagantes.

*Problème Ib*: Avec «vraie dans le passé (ou présent)» (au lieu de «vraie qui porte...») on obtiendra de nouveau «Il pleut hier midi» comme vérité nécessaire. Même en ajoutant l'exigence des termes absolus, certains philosophes peuvent dire que «Il pleut midi le 3 septembre de l'an 2000» était déjà vraie dans le passé et est ainsi nécessairement vraie. Afin d'exclure expli-

citement ce type de phrases il fallait ajouter «et qui porte sur le passé»; dans ce cas (I) est plus simple.

La deuxième phrase pourrait être présentée comme:

$$(k, k', s)[k < k' \supset \sim (V_p * ks . \sim V_p * k' s)] \quad (II)$$

Au possible ne succède pas l'impossible (ne succède pas sa propre impossibilité).

*Problème IIa:* L'«impossible» doit être entendu comme «sa propre impossibilité», parce que, dans le traitement habituel, il y a des phrases nécessaires et impossibles à chaque temps (si  $s$  est nécessaire  $\neg s$  est impossible); ainsi on ne peut pas interpréter «l'impossible» comme «aucune phrase impossible».

*Problème IIb:* Avec «implique» au lieu de «succède» on a:

$$(s, t)[(V_p s . \sim V_p t) \supset \sim (Vs \supset Vt)] \quad (\alpha)$$

Le possible n'implique aucune phrase impossible. Le terme «impossible» signifie dans ce cas «une phrase (qui est) impossible».

*Problème IIc:* Si l'on temporalise ( $\alpha$ ) d'une certaine façon on arrive à:

$(k, k', s, t)[k < k' \supset ((V_p * ks . \sim V_p * k' t) \supset \sim (V * k' s \supset V * k' t))]$  ( $\beta$ )  
Le possible n'implique rien d'impossible au cas (postérieur) où lui est conféré la réalité de ce dont on lui attribue la puissance.

Cette interprétation est très proche de certaines analyses traditionnelles.

(II) et ( $\beta$ ) seront retenus pour les analyses suivantes.

La troisième phrase est:

$$(Ek, s)(V_p * ks . \sim V * ks . \sim V_{Fk} s) \quad (III)$$

Il y a des possibles qui ne sont pas vrais ni le seront.

Afin de reconstruire l'argument, mais seulement pour les phrases formulées en termes absolus ( $s$  et  $t$  sont limitées aux phrases de ce type), soit  $s_i$  une phrase qui satisfait (III) au temps 1:

$$V_p * 1s_i . \sim V * 1s_i . \sim V_{F1} s_i \quad (1)$$

c'est-à-dire,  $s_i$  est possiblement vrai sans être vrai dans le présent ou futur. Supposons qu'il arrivera un temps (soit le temps 2) où elle portera sur le passé ou présent, de même que sa négation. Si  $s_i$  reste fausse <sup>(3)</sup> (et  $\text{neg } s_i$  vraie) on a:

$$V^*2\langle \text{neg } s_i \rangle . Pas_2\langle \text{neg } s_i \rangle \quad (2)$$

d'où selon (I):

$$V_n^*2\langle \text{neg } s_i \rangle \quad (3)$$

et selon T26 de [7]:

$$\sim V_p^*2s_i \quad (4)$$

ce qui, avec (1), implique:

$$V_p^*1s_i . \sim V_p^*2s_i \quad (5)$$

D'autre part on a selon (II):

$$\sim (V_p^*1s_i . \sim V_p^*2s_i) \quad (6)$$

Les expressions (5) et (6) se contredisent de façon à ce que l'incompatibilité est établie, à condition que  $s_i$  soit formulée en termes absolus. A partir de  $(\beta)$  on arrive à:

$$(V_p^*1s_i . \sim V_p^*2s_i) \supset \sim (V^*2s_i \supset V^*2s_i) \quad (7)$$

et, par logique propositionnelle, de nouveau à (6).

Ainsi on a l'incompatibilité aussi bien avec «succède» qu'avec «implique».

Si l'on regarde d'un peu plus près la relation entre (I) et (II) ou  $(\beta)$  on arrive au *problème général* suivant: Si les phrases nécessairement vraies augmentent avec le temps, les phrases

<sup>(3)</sup> L'autre alternative, c'est-à-dire que  $s_i$  devient vraie ( $V^*2s_i$ ), ne peut pas se présenter; elle contredit le troisième membre de (1).

impossiblement vraies augmentent aussi. Cela signifie qu'une phrase qui était possiblement vraie (non impossiblement vraie) devient impossiblement vraie à un temps donné, ce qui contredit (6), c'est-à-dire (II) et ( $\beta$ ). Ainsi les phrases nécessairement vraies ne peuvent pas augmenter. En ce qui concerne (I), une phrase qui porte sur le futur en termes absolus ne peut pas *devenir* nécessairement vraie; elle ou sa négation était déjà  $V_n$  avant le temps  $k$  dans lequel elle commence à appartenir à  $Pas_k$ . Tout cela ne correspond pas du tout aux idées qu'on se faisait traditionnellement de (I), mais c'est le prix qu'il faut payer si l'on veut avoir (I) et (II) ou (I) et ( $\beta$ ) ensemble.

Avec l'exigence de la non-augmentation, la démonstration de l'incompatibilité est encore plus simple. A partir de (3) on obtient:

$$V_n * 1 \langle \text{neg } s_i \rangle \quad (8)$$

d'où selon T26:

$$\sim V_p * 1 s_i \quad (9)$$

ce qui contredit (1) directement.

### 3. Les modalités introduites à partir du temps.

Certains modèles permettent d'introduire les modalités à partir du temps. On a considéré particulièrement les modèles avec des moments comme positions temporelles, où l'on introduit les modalités non par rapport à toutes les positions temporelles (de la classe  $P$ ), mais par rapport aux positions d'une sous-classe (supposons  $P'$ ) de  $P$ . C'est de cette façon qu'on procèdera ici. Supposons que  $q$  soit une position temporelle déterminée et que  $P'$  soit la classe de toutes les positions avec lesquelles  $q$  est en relation  $\leq$ . En écrivant « $V_n$ » et  $V_{p'}$ » (avec des primes, pour distinguer ces symboles de « $V_n$ » et « $V_p$ ») on a:

$$V_n s = \text{df } (k)(q \leq k \supset V * ks)$$

$$V_{p'} s = \text{df } (Ek)(q \leq k \cdot V * ks)$$

Pour « $V_n$ » et « $V_p$ » on n'a pas tous les résultats qu'on a pour « $V_n$ » et « $V_p$ », par exemple on n'obtient pas « $V \subset V_p$ » (T15 de [7]) si la position actuelle est antérieure à  $q$ .

Au lieu de fonder toutes les analyses suivantes sur un seul « $q$ » fixe, on peut travailler aussi avec un nombre infini de définitions relatives, un couple pour chaque moment. Ainsi on a (en écrivant « $^0$ » et non « $*$ » afin d'éviter une confusion avec « $V_p$ » et « $V_n$ » temporalisées):

$$\left. \begin{aligned} V_n^0 k's &=_{df} (k)(k' \leq k \supset V^*ks) \\ V_p^0 k's &=_{df} (Ek)(k' \leq k \cdot V^*ks) \end{aligned} \right\} \quad (IV)$$

Les deux définitions (IV) présentent des problèmes, particulièrement si on les combine avec les phrases (I), (II), ( $\beta$ ) et (III). On a, par exemple, le *problème* IVa: Supposons que Port X soit une ville très dynamique jusqu'au moment où elle est totalement détruite. Elle ne sera jamais reconstruite. Supposons que la destruction ait lieu entre les moments 1 et 2 et que  $s_i$  soit la phrase «Port X est (actuellement) une ville très dynamique». On a selon le (IV):

$$V_p^0 1s_i \cdot \sim V_p^0 2s_i \quad (10)$$

ce qui contredit (6) (toujours avec « $^0$ » au lieu de « $*$ ») et aussi (II) et ( $\beta$ ): Au possible succède l'impossible. Afin d'éviter ce type de problèmes on pourrait exiger pour (IV) aussi que les termes temporels soient absolus; mais cela donne à (IV) un sens assez artificiel.

La phrase (III) est clairement incompatible avec (IV), ce qui a été indiqué dans la section 1. La phrase (I), par rapport aux phrases formulées avec des termes absolus, ne présente pas de problème. Pour (I) combiné avec (II) ou avec ( $\beta$ ) (toujours par rapport aux phrases formulées avec des termes absolus), il faut de nouveau accepter l'exigence de la non-augmentation. L'exigence qu'aucune phrase possible  $s$  ne se transforme en phrase impossible signifie que même dans le futur le plus éloigné il doit y avoir un  $k$  avec  $V^*ks$ , parce qu'autrement  $s$  deviendrait impossible un jour.

En regardant tout cela, peut-on dire que Diodore a réussi dans sa démonstration de l'incompatibilité ? La réponse est «oui, mais ...». Elle est «oui», parce que on peut démontrer (en logique traditionnelle et dans les systèmes utilisés ici) que les trois phrases sont incompatibles entre elles, aussi bien avec «succéder» (II) qu'avec «impliquer» ( $\beta$ ). On a vu que cette démonstration est simple et naturelle. Elle n'exige qu'un peu de logique modale et une supposition élémentaire sur le temps, qui est :

$$(k,s)(Ek')(k < k' . Pas_{k,s})$$

Pour tout  $s$ , il arrive toujours un moment où  $s$  portera sur le passé ou présent.

Peut-on dire alors que Diodore a atteint son but ? La réponse est plutôt «non». Il y a deux restrictions qui annulent en grande partie sa démonstration. D'un côté les phrases formulées en termes relatifs sont exclues de sa démonstration, et sa définition n'est pas applicable à ces phrases, si il accepte (II) ou ( $\beta$ ) (l'exemple de Port X). D'un autre côté (II) ou ( $\beta$ ) semblent très discutables, spécialement si l'on considère qu'elles impliquent la non-augmentation des phrases nécessaires et que (II) combinée avec (I), ou ( $\beta$ ) combinée avec (I) impliquent le résultat suivant :

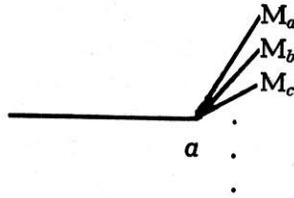
Toute phrase qui dans un moment porte sur le passé en termes absolus, est toujours nécessairement vraie ou toujours nécessairement fausse.

#### 4. *Les futurs contingents et vrais.*

On a vu que (II) et ( $\beta$ ) impliquent l'exigence de la non-augmentation. Cependant dans la tradition ancienne on traitait souvent les phrases qui portent sur le passé comme nécessaires et certaines qui portent sur le futur comme contingentes, une position compatible avec (I), (III) et (IV), mais non avec (II) ou ( $\beta$ ).

La contingence n'exclut pas que les phrases qui portent sur le futur soient ou bien vraies, ou bien fausses dans chaque position temporelle. Les définitions (IV) admettent cela parfaitement.

Quelquefois on a supposé que l'acceptation comme vraies ou fausses de toutes les phrases sur le futur implique une conception déterministe. Cette supposition n'a pas de justification. Prenons (comme contre-exemple simplifié à cette supposition) un ensemble de modèles  $M_a$ ,  $M_b$ ,  $M_c$ , etc., tous du même type, d'un système temporel *de re*, et supposons que la classe des phrases vraies qui portent sur le passé est la même pour tous les modèles de l'ensemble (les modèles ont le même passé), tandis que chaque modèle a sa propre classe de phrases vraies qui portent sur le futur:



Notre connaissance permet éventuellement d'exclure certains de ces modèles (ceux qui ne correspondent pas aux données des sciences empiriques), mais il en restera beaucoup d'autres, dont la classe des phrases vraies est compatible avec les affirmations scientifiques établies. Par rapport à chacun des modèles qui restent, toutes les phrases qui portent sur le futur sont vraies ou fausses <sup>(4)</sup> sans qu'on puisse choisir un modèle unique, qui soit «le véritable». Seulement si l'on est arrivé à une date postérieure, on peut écarter certains modèles dont les phrases vraies ne correspondent plus à ce qui est effectivement arrivé.

CNRS, Paris.

Gérolde STAHL

<sup>(4)</sup> Chacun de ces modèles peut avoir un temps linéaire, sans que cela implique un déterminisme.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BARREAU, H., *Le maître argument de Diodore*, Fundamenta Scientiae, Strasbourg, 1975.
- [2] GARDIES, J. L., *La logique du temps*, Paris, 1975.
- [3] RESCHER, N. et URQUHART, A., *Temporal Logic*, Vienne - New York, 1971.
- [4] SCHUHL, P. M., *Le dominateur et les possibles*, Paris, 1960.
- [5] STAHL, G., Une formalisation du «dominateur», *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, Paris, 1963, n° 2, pp. 239-243.
- [6] ———, Termes temporels dans des systèmes fonctionnels, *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, Paris, 1974, n° 3, pp. 293-303.
- [7] ———, Quelques relations entre temporalité de re et temporalité de dicto et leur extension aux modalités, *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, Paris, 1976, n° 2, pp. 165-178.