SEMANTIQUE ET METHODE CONSTRUCTIVISTE

Henri LAUENER

Dans cette étude, je me propose de présenter et d'examiner certaines thèses de l'école constructiviste que Paul Lorenzen a fondée à Erlangen et dont les principaux membres sont Kuno Lorenz, Friedrich Kambartel, Peter Janich et Jürgen Mittelstrass. Bien qu'ils se réclament, dans une certaine mesure, de la deuxième période de Wittgenstein, ces auteurs insistent sur la distance qui les sépare de la tradition analytique d'Oxford et de Cambridge à laquelle ils reprochent ses méthodes purement descriptives. Ils s'opposent, en outre, à la philosophie des sciences actuelle, issue de l'empirisme logique; ils déplorent le caractère arbitraire des constructions que nous présentent les tenants de cette tradition en arguant que la philosophie des sciences devrait prendre la forme d'une critique constructive, consciente de ses tâches surtout normatives, et dont le but principal serait de justifier, à chacune des étapes de son évolution, les moyens investis dans l'élaboration d'une théorie. Une fois de plus dans l'histoire de la philosophie, nous sommes confrontés à une stratégie du fondement, qui, toutefois, prend ici une tournure particulière puisqu'elle échappe aux objections traditionnelles dans la mesure où elle s'efforce d'éviter les écueils de la régression à l'infini ou du dogmatisme (recours à l'évidence ou à d'autres autorités indubitables). Ecartant la méthode déductive qui exige une raison pour chaque raison, le constructiviste prétend, en effet, fonder les sciences à partir de certaines activités élémentaires de la vie quotidienne. En premier lieu, Lorenzen s'insurge contre l'interprétation purement formaliste de la logique et des mathématiques. Il substitue à celle-ci une sémantique nouvelle qui repose sur certains jeux sous forme de dialogue, ce que lui permet de réformer les fondements des sciences formelles en réintroduisant la notion de proposition synthétique *a priori.*

1. *La distinction entre les propositions analytiques et synthétiques.*

Pour ce faire il procède aux distinctions suivantes (1): Dans la catégorie des propositions analytiques, il distingue, à part les propositions logiques dont la vérité ne dépend que des règles gouvernant l'emploi des joncteurs et des quantificateurs, des propositions analytiques formelles et des propositions analytiques matérielles. La vérité des premières dépend, en plus des règles de la logique, d'au moins une définition explicite, tandis que pour établir la vérité des dernières il faut aussi tenir compte de règles concernant les prédicats («Prädikatorenregel»), c'est-à-dire de règles du genre «$Px \Rightarrow Qx$» où le symbole «$\Rightarrow$» signifie que, lors de l'introduction paradigmatique («exemplarische Einführung») des prédicats, j'ai appris qu'il est permis, dans la langue donnée, de passer de «Px» à «Qx». Les exemples suivants serviront d'illustration: 1. Vérité logique: (x) ($Cx \rightarrow Cx$), 2. Vérité analytique formelle: La définition «Ex = def $Cx \wedge Mx$» étant donnée, la validité de «(x) ($Ex \rightarrow Cx$)» est établie (avec «C» pour «cheval», «M» pour «mâle» et «E» pour «étalon»), 3. Vérité analytique matérielle: A partir de la règle «$Cx \Rightarrow Ax$», je puis passer à «(x) ($Cx \rightarrow Ax$)» (avec «A» pour «animal»).

Dans le domaine des propositions synthétiques, d'autre part, Lorenzen distingue celles dont la vérité est déterminée par l'expérience (propositions empiriques) de celles dont la vérité dépend de règles constructives (vérités synthétiques formelles) ou de règles dites idéatives (vérités synthétiques matérielles). Sous ces dernières rubriques, il place respectivement les propositions de l'arithmétique et celles de la géométrie; nous allons voir plus loin dans quel sens les règles servant à élaborer notre système de l'arithmétique sont des règles constructives, et de quelle manière fonctionnent les normes idéales présidant à la construction des figures géométriques.

A ces distinctions il faut ajouter encore celle de vérité *a*

(1) Cf. Wilhelm Kamlah et Paul Lorenzen, *Logische Propädeutik*, Mannheim 1967, p. 232 sq.

priori et de vérité *a posteriori*, les deux notions étant prises dans leur sens traditionnel; les vérités *a priori* sont donc caractérisées par le fait qu'elles peuvent être établies sans recourir à la vérification empirique de propositions élémentaires ([2]).

La classification proposée par Lorenzen nous donne, par conséquent, six catégories différentes de propositions

1. Les propositions logiques
2. Les propositions analytiques formelles
3. Les propositions analytiques matérielles
4. Les propositions empiriques
5. Les propositions synthétiques formelles et
6. Les propositions synthétiques matérielles

dont les trois premières sont analytiques, les trois dernières synthétiques et dont seule la quatrième est constituée de propositions *a posteriori*. Il en résulte que l'arithmétique et la géométrie sont composées de propositions synthétiques *a priori*.

Personnellement je n'ai pas d'objection de principe à formuler vis-à-vis d'un tel système de classification — à condition, cependant, que l'on reste conscient de son caractère conventionnel: en tant que tel il ne nous apprend rien sur l'arithmétique ou la géométrie et son auteur ne fait, somme toute, que donner un nom aux règles qu'on trouve à l'origine de ces sciences respectives. Je pense que l'on pourrait tout aussi légitimement stipuler d'appeler analytiques toutes les propositions dont la vérité dépend de règles quelles qu'elles soient. Cette solution aurait, à mon avis, l'avantage de la simplicité, car elle nous permettrait de nous débarasser de certaines distinctions, subtiles peut-être, mais dont l'utilité n'est pas évidente. Nous pourrions, en particulier, renoncer à la paire *a priori-a posteriori*, puisque *a posteriori* deviendrait synonyme de synthétique et *a priori* synonyme d'analytique.

([2]) Une proposition élémentaire ne contient qu'un nom et un prédicat — «*Fa*» par exemple.

Mais même une telle définition du terme «analytique» n'irait pas sans difficultés, comme le fait remarquer Quine en se référant aux règles sémantiques. Dans *Two Dogmas of Empiricism,* il objecte, en effet, que celles-ci ne se distinguent que par le fait que, dans un système linguistique donné, elles figurent sous la rubrique «Règles Sémantiques».

2. *Le problème du fondement*

Que faut-il entendre par fondement, selon les constructivistes ? Les réponses restent assez vagues et varient selon la perspective particulière des auteurs. De manière générale, ceux-ci considèrent une théorie ou une science comme fondée si elle a été élaborée, par étapes successives, à partir d'éléments préalablement assurés. Le commencement doit se faire à partir de nos activités concertées les plus élémentaires, et de telles activités sont les seuls éléments dont nous avons une connaissance presque parfaite, puisque nous pouvons toujours vérifier si une action a été exécutée conformément aux règles acceptées dans le but d'obtenir un certain résultat. Le constructiviste, par ailleurs, se défend d'être conventionaliste. Du moment, affirme-t-il, que les décisions concernant les fins ne sont pas prises arbitrairement — elles sont en fait librement consenties («transsubjektive Zustimmung») —, on ne saurait parler de conventions. Il me semble, toutefois, que l'argument lui-même repose sur une convention terminologique du moment où l'on fait entrer analytiquement la notion d'arbitraire dans celle de convention, et la manipulation verbale consiste finalement à employer le mot «fonder» à la place de «défendre» ou de «convenir de», un procédé qui, sans doute, n'a pas de grande vertu explicative.

2.1. *Le fondement de la logique*

Selon la méthode constructiviste, il faut donc considérer la logique sous un aspect normatif afin de lui assurer un fondement dans nos activités argumentatives élémentaires («Begründung der konstruktiven Logik auf einsichtige [? !] Dialogregeln» ([3])). Ainsi les dialogues auxquels nous avons fait allusion reposent, à leur tour, sur les stratégies de défense qui nous sont naturelles et qui apparaissent dans toute discussion rationnelle. Et, d'après la conception générale de nos auteurs, il faut, pour réaliser ces stratégies, préalablement créer une situation particulière où tous les interlocuteurs concernés auraient renoncé à leurs préjugés. Mise à part la question de savoir ce qu'il faut entendre par 'naturel', 'rationnel' et 'préjugé', je ne puis m'empêcher de regretter qu'à ce niveau primordial de la recherche du fondement, nous soyons accablés de termes mal circonscrits, tels que «sinnvoll», «Kritikfähigkeit», «Verteidigungspflicht», «Orientierungsbemühung», etc., dont on ne peut guère tirer des éclaircissements précis. Il paraîtra, en outre, hasardeux d'évaluer l'évidence d'une affirmation telle que celle-ci: «Natürlich muss eine Begründung schliesslich durch sich selbst deutlich machen, dass sie eine Begründung ist.» ([4])

Quant à la méthode axiomatique, les constructivistes lui reprochent précisément de renoncer à la justification des «premiers pas». Oubliant le caractère hypothétique des systèmes formels que nous créons, ils redoutent que l'on ne tombe dans l'arbitraire ou dans le dogmatisme si l'on n'établit pas la vérité des axiomes. Il me semble pourtant que la vérité des axiomes, qui concerne plutôt l'application pratique de ces systèmes, n'entre pas en considération quand il est question de leurs propriétés formelles, puisque la seule leçon que nous en tirons est que les théorèmes sont vrais si les axiomes le sont, Ce point de vue une fois admis, il est difficile de distinguer un seul parmi les multiples systèmes possibles et de lui accorder ainsi un statut privilégié comme le fait Lorenzen: «Die klassische Logik ist ein Spezialfall der intuitionistischen — und

([3]) Christian Thiel, *Das Begründungsproblem der Mathematik und die Philosophie*, dans *Zum normativen Fundament der Wissenschaft*, éd. F. Kambartel et J. Mittelstrass, Frankfurt a.M. 1973, p. 112.

([4]) Cf. J. Janich, F. Kambartel, J. Mittelstrass, *Wissenschaftstheorie als Wissenschaftskritik*, Frankfurt a.M. 1974, p. 37.

diese ist sozusagen die wahre Logik, da sie nicht nur für die wahrheitsdefiniten Aussagen gilt.» ([5]) Selon cette conception, le logicien ne peut donc se contenter de livrer à l'homme de science des instruments dont celui-ci usera à sa guise. Il a, au contraire, l'obligation de donner une «preuve» de la vérité du système dans son ensemble. Comment alors se présente, de façon plus détaillée, le fondement de la logique ?

Lorenzen conçoit la logique comme une activité particulière, consistant à opérer avec des symboles dans le cadre de certains calculs déductifs. La certitude que nous en tirons provient d'un consentement d'ordre pratique («praxisorientierte Zustimmung») qui se reflète dans la base argumentative sur laquelle repose la sémantique logique. Ce sont, en effet, des règles qui, à l'origine, déterminent l'emploi des opérateurs. Dans le cas particulier des opérateurs propositionnels, la définition ne recourt pas aux tableaux de vérité traditionnels, et la nouvelle méthode présente, de plus, l'avantage d'être applicable également aux quantificateurs. Elle permet aussi de distinguer naturellement, parmi les 16 combinaisons possibles, celle qui jouent réellement un rôle dans le langage courant. Selon Lorenzen et Lorenz, son mérite principal réside, toutefois, dans le fait qu'elle nous évite de présupposer que la question de la vérité des propositions élémentaires a été tranchée par avance («Voraussetzung der Wertdefinitheit»). Les calculs utilisant la méthode des tableaux supposent, en effet, la validité du principe du tiers exclu, puisque, pour établir ces tableaux, nous recourons à des propositions déterminées quant à leur valeur de vérité («wertdefinite Aussagen»), tandis que le constructiviste limite ses exigences à ce qu'il appelle la «Dialogdefinitheit», c'est-à-dire à un critère désignant le vainqueur d'une partie engagée sous forme de dialogue. Or cette dernière exigence peut être satisfaite même si nous admettons un domaine infini, tandis qu'il est aléatoire, ainsi que l'a déjà fait remarquer le mathématicien Brouwer, de considérer comme assurée la valeur de vérité de certaines propositions présupposant un tel domaine. On en donne pour preuve l'exem-

([5]) *Methodisches Denken*, Frankfurt a.M. 1969, p. 67.

ple suivant tiré de l'arithmétique: «Pour tout *n:* si *n* est un nombre naturel, *n* est pair ou *n* est imparfait». (6) Si l'on peut donc admettre qu'il sera possible, en général, d'assigner une valeur de vérité déterminée aux propositions élémentaires, il n'en va pas de même pour les propositions formées au moyen de quantificateurs. En d'autres termes, on pourrait éventuellement reconnaître la validité de «$p \vee - p$» («p» symbolisant une proposition élémentaire) et, par substitution, celle de «$X \vee - X$» («X» pour une formule quelconque correctement formée, à partir de propositions élémentaires, selon les règles de la syntaxe), mais on ne saurait accepter l'implication suivante: «$(x)\ (Fx \vee - Fx) \rightarrow ((x)\ Fx \vee - (x)\ Fx)$».

2.11 *Sémantique classique et sémantique constructiviste*

L'approche classique de la logique des prédicats du premier ordre utilise largement des notions non constructives appartenant à la théorie des ensembles. (7) Nous avons mentionné les réticences des constructivistes vis-à-vis du procédé Tarski/Carnap qui consiste à introduire les particules logiques en tant que fonctions de vérité. Si l'on a tendance, comme les intuitionnistes, à identifier, en mathématiques, le vrai avec le démontrable il n'est pas admissible de présupposer que toute proposition significative est vraie ou fausse (cf. l'exemple concernant les nombres parfaits). En outre, la conception classique de la validité logique recourt à la notion douteuse d'un infini actuel, ce qui fournit, au constructiviste, une

(6) Par nombre parfait, on entend un nombre dont la somme des diviseurs est égale au nombre lui-même (en excluant ce dernier des diviseurs, mais en comptant 1). 6 et 28 sont parfaits, mais on n'a trouvé aucun nombre impair qui possède cette propriété. Jusqu'à présent, la vérité de cette proposition n'a pas été démontrée, mais on a pas non plus trouvé de cas ou elle serait fausse. — Il est clair que dans le cas d'un domaine fini, le quantificateur universel équivaut à une conjonction avec un nombre fini d'arguments et sera, de ce fait, facilement éliminable.

(7) Hilbert et Bernays ont explicitement nommé leur système «mengentheoretische Prädikatenlogik».

raison supplémentaire de la rejeter. La sémantique préconisée par Lorenzen évite, en effet, ces écueils, car elle lui permet d'introduire les foncteurs et les quantificateurs sans présupposer ce qu'il appelle la «Wertdefinitheit» des propositions et sans recourir à des ensembles infinis. L'appareil technique qu'elle exige est, par conséquent, moins compromettant que celui de la sémantique classique.

La nouvelle approche repose sur des notions relevant de la théorie des jeux («game-theoretical semantics») et, dans *Arithmetik und Logik als Spiele,* [8] Kuno Lorenz a démontré la complétude de la logique intuitionniste en s'appuyant sur une notion de validité empruntée à cette théorie des jeux.

Il s'agit, maintenant, de préciser le déroulement des dialogues en question. Nous avons deux joueurs, un proposant *P* et un opposant *O*, qui jouent à tour de rôle, un certain nombre de positions (p. ex. position gagnante) concernant *P* ou *O* et un ensemble de règles qui régissent les différents mouvements de la partie. Dans un premier pas *P* engage [9] la partie en posant la proposition à débattre qui est une proposition close («closed sentence»), c'est-à-dire une formule ne contenant pas de variables libres. Si, après un nombre fini de tours, nous avons obtenu une position finale favorable à *P* la validité de celle-ci aura été démontrée, tandis que dans le cas contraire elle ne pourra être considérée comme un théorème du système.

Il est clair que cette manière de procéder ne se limite pas à des jeux concernant des propositions *logiquement* vraies. Si, après un nombre fini d'étapes, nous en arrivons finalement à une proposition élémentaire et, si la vérité de la thèse avancée au début n'est pas logiquement déterminée, la victoire de *P* dépendra d'un critère nous permettant de justifier empirique-

[8] Kiel 1961.

[9] On pourrait aussi admettre que c'est *O* qui avance la proposition à débattre. Dans ce cas nous aurions démontré l'invalidité de la proposition en question s'il existe une stratégie victorieuse pour *P*, tandis que nous aurions démontré la possibilité de sa satisfaction s'il existe une stratégie victorieuse pour *O*.

ment l'acceptation ou le rejet de certaines propositions élémentaires. Lors d'un jeu formel, par contre, il n'est pas question d'établir la vérité d'une quelconque proposition atomique.

2.12 *Règles de dialogue concernant la logique*

Le sens des symboles logiques ne sera donc pas défini en fonction de leurs conditions de vérité, mais au moyen des règles qui déterminent de quelle manière les propositions, qui les contiennent comme connecteur ou quantificateur principal, seront attaquées et défendues après avoir été posées par *P*. Kuno Lorenz ([10]) distingue trois sortes de règles:

1. Les règles logiques
2. Les règles de base
3. Les règles structurales

Les règles logiques qui déterminent le caractère des attaques et des défenses admises forment le noyau du jeu. Elles se présentent de la manière suivante:

1.1 Si la thèse avancée par *P* a la forme d'une conjonction $(X \wedge Y)$, *O* peut attaquer au choix l'un ou l'autre des arguments. Dans les deux cas *P* doit se défendre en posant l'argument attaqué dans sa propre colonne.

1.2 Si elle a la forme d'une disjonction $(X \vee Y)$, *O* ne peut la mettre en doute que dans sa totalité et *P*, pour se défendre, aura à choisir l'un ou l'autre des arguments et à le poser dans sa colonne.

1.3 Si elle a la forme d'une négation $(— X)$, *O* ne peut l'attaquer qu'en posant X dans sa colonne et *P* n'a pas de possibilité de défense; il est donc obligé, pour continuer la partie, de procéder à d'autres mouvements admis par les règles pour autant que la situation le permette.

1.4 Si, finalement, la thèse originale a la forme d'une implication $(X \rightarrow Y)$, la seule attaque possible pour *O* est de poser X

([10]) Nous préférons, par la suite, nous en tenir à l'exposition et à la notation de Lorenz qui est plus transparente que celle de Lorenzen.

dans sa colonne. *P* a alors le choix entre une action défensive qui consisterait a placer Y dans sa colonne ou — si les règles le permettent — une attaque contre X.

Selon les partisans de la méthode constructiviste, nous obtenons ainsi, de manière naturelle, tous les foncteurs que nous employons dans nos activités argumentatives quotidiennes. Nous avons, cependant, déjà relevé le côté douteux de la notion de naturel, fréquemment mise en avant par nos auteurs pour vanter les avantages de leurs conceptions. Il semble pourtant que, dans ce contexte, on pourrait tout aussi bien prétendre que la recherche de la simplicité optimale est une tendance naturelle de l'esprit humain et que, par conséquent, il serait préférable de réduire par exemple les foncteurs propositionnels au seul symbole de Sheffer («Sheffer stroke»). Le fait qu'en logique on ne tienne pas compte d'un certain nombre de conjonctions couramment rencontrées dans la langue parlée («mais», «parce que», «bien que» etc.) peut paraître critiquable, et le sens donné aux opérateurs artificiel, mais de telles remarques concernent autant la logique constructiviste que la logique classique.

Il nous faut encore introduire les quantificateurs dont la définition est donnée sans recourir aux termes «pour tous» ou «pour quelques-uns» dans la métalangue. Les règles les concernant prennent la forme suivante:

1.5 Si la proposition avancée est une quantification universelle ((x) *F*x), O peut choisir entre un nombre infini d'attaques possibles en posant p.ex., dans sa colonne «a ?» (où «*a*» est une constante individuelle librement choisie). La seule défense admise pour *P* sera alors de poser «*Fa*» dans sa colonne.

1.6 Si, par contre, elle a la forme d'une quantification existentielle ((*E*x) *F*x, O l'attaquera en tant que telle, et *P* se défendra en choisissant lui même une constante individuelle «*a*» afin de poser «*Fa*» dans sa colonne.

Nous pouvons, ici, ajouter la remarque que si, lors d'un jeu *matériel*, le domaine des individus (objets) est indéfini, une proposition universelle ne saurait être définitivement gagnée ni une proposition particulière définitivement perdue.

Nous en arrivons au second type de règles principales, les règles de base, qui restreignent *P* dans l'emploi de propositions élémentaires lors de ses mouvements offensifs ou défensifs:

2.1 *P* ne peut attaquer ou se défendre à l'aide d'une proposition atomique que si cette même proposition à déjà été posée par O dans un tour précédent.

2.2 Dans un dialogue où il s'agit d'établir la validité *formelle* d'une formule, une proposition élémentaire ne peut pas être attaquée.

Les règles dites structurales, finalement, introduites par Lorenz, sont déterminantes quant au système logique que nous allons obtenir. Celles qui concernent la logique effective des constructivistes prennent la tournure suivante:

3.1 *O* ne peut mettre en doute qu'une seule fois, par une attaque, une proposition avancée par *P* dans un tour précédent.

3.2 Dans un tour quelconque, ultérieur à celui où O a posé une certaine proposition, *P* peut attaquer celle-ci aussi souvent que cela sera nécessaire.

3.3 Si l'un des partenaires a, par une attaque, ouvert un tour, son adversaire n'a le droit de le clore pour se défendre que si tous les tours intermédiaires ont été clos. On peut, en d'autres termes, clore la ligne g au tour k que si toutes les lignes $k > g$ ont été closes.

Cette notion de clôture, introduite par Lorenz, nous permet d'établir une notation qui met mieux en évidence que celle de Lorenzen les traits caractéristiques du déroulement d'un dialogue. Elle suggère qu'un tour sera ouvert par une attaque et qu'il sera clos par le mouvement défensif correspondant — si un tel mouvement est possible, ce qui n'est pas le cas par exemple, lorsque l'attaque porte sur une formule précédée du signe de négation. Suivant la notation de Lorenz nous ne placerons donc jamais deux attaques sur la même ligne.

Les règles particulières ainsi exposées, il ne nous reste plus qu'à indiquer la *règle concernant la victoire:*

4. *P* aura gagné la partie s'il lui suffit, pour procéder à une attaque ou à une défense licites, de reprendre une proposition élémentaire déjà posée par *O*, tandis qu'*O* aura de son côté obtenu la victoire s'il parvient à empêcher celle de *P*.

La validité logique d'une proposition sera donc définie par le fait qu'il existe pour elle une stratégie donnant la victoire à *P*. Il existe ainsi une asymétrie entre les joueurs puisqu'on exclut la possibilité d'une partie nulle en accordant la victoire à O dans le cas où l'on n'arriverait pas à une position terminale après un nombre fini de tours. A titre d'exemple nous pouvons alors démontrer que la loi du tiers exclu n'est pas un théorème de la logique effective:

	O		P
(0)			$p \vee \sim p$
(1)		a_0	$\sim p$
(2)	p	a_1	

(les attaques étant signalées par *a* accompagné d'un index marquant la proposition attaquée). *P* ne peut pas gagner, faute de proposition élémentaire posée par *O* qu'il pourrait reprendre pour se défendre. Par contre, la validité de la formule «$\sim \sim (p \vee \sim p)$ peut être établie dans ce même système:

	O		P	
(0)			$\sim \sim (p \vee \sim p)$	
(1)	$\sim (p \vee \sim p)$	a_0		
(2)			$(p \vee \sim p)$	a_1
(3)		a_2	$\sim \mathbf{p}$	
(4)	p	a_3		
(5)			$(p \vee \sim p)$	a_1
(6)		a_5	p	

Il est également intéressant de constater que «$\sim \sim p \rightarrow p$» ne peut pas être gagné par *P*:

	O		P	
(0)			$\sim \sim p \rightarrow p$	
(1)	$\sim \sim p$	a_0		
(2)			$\sim p$	a_1
(3)	P	a_2		

(*P* ne pouvant pas reprendre le *p* de la ligne (3) pour défendre la thèse originale puisque les tours précédents ne sont pas clos !). Les thèses obtenues au moyen des jeux formels («formales Dialogspiel») décrits par les règles que nous avons énumérées forment, en effet, un sous-ensemble au sens strict des tautologies de la logique classique. Pour ces dernières, il existerait une stratégie victorieuse si nous ajoutions, du côté d'O, les hypothèses «$p_1 \vee \sim p_1$», «$p_2 \vee \sim p_2$», ..., «$p_n \vee \sim p_n$» (où l'index correspond au nombre de variables contenues dans la thèse originale). Ainsi, dans l'exemple «$\sim \sim p \rightarrow p$», la victoire de *P* sera garantie à condition qu'O concède l'hypothèse «$p \vee \sim p$» (une seule hypothèse suffit, la thèse ne contenant que la variable «*p*»):

	O				P	
(0)	$p \vee \sim p$				$\sim \sim p \rightarrow p$	
(1)	$\sim \sim p$	a_0	1	6	**p**	
(2)	$\sim p$		3	2		a_0
(3)	p		5	4	$\sim p$	a_1

P l'emporte effectivement puisque pour défendre la thèse il lui suffit de reprendre «*p*» qui a été posé par O à la ligne (3). [11] Evidemment, un diagramme, établissant l'existence

[11] Pour plus de détails cf. *Die dialogische Rechtfertigung der effektiven Logik* de Kuno Lorenz (dans *Zum normativen Fundament der Wissenschaft*, éd. F. Kambartel et J. Mittelstrass, Frankfurt a.M. 1973) où l'auteur, à la p. 268, donne un système semi-formalisé dans lequel on peut déduire toutes les propositions qui sont vraies selon la logique constructiviste (et seulement celles-ci): «Die bisherigen Untersuchungen [cf. *Dialogspiele als*

d'une stratégie victorieuse pour *P*, devrait tenir compte de tous les mouvements possibles que les règles accordent à *O*. Il est toutefois facile, dans les exemples gagnés par *P*, de vérifier que, si *O* avait fait des choix différents, il n'aurait pas empêché la victoire de *P*. Il faut ajouter à nos commentaires qu'une application purement mécanique des règles ne suffit pas pour obtenir la victoire; des réactions maladroites de la part d'un joueur peuvent permettre à l'adversaire de gagner même si celui-ci ne dispose pas, en principe, de stratégie victorieuse. (En effet, la théorie de la quantification ne possède pas de méthode de décision effective).

Pouvons-nous affirmer, après cet exposé, que la conception de la sémantique des constructivistes est intuitivement privilégiée ? Il faut d'abord relever trois asymétries entre *P* et *O* qui peuvent paraître arbitraires. Nous avons déjà mis en évidence celle de la règle concernant la victoire tandis que, de toute évidence, les règles de base en introduisent une seconde quant à l'emploi des propositions élémentaires et les règles structurales, une troisième concernant la répétition des attaques. Il nous semble aléatoire de vouloir distinguer la logique effective face à d'autres systèmes en arguant du caractère «naturel» de ces inégalités de traitement des adversaires. Lorenz lui-même admet qu'il suffirait d'altérer les règles structurales pour obtenir des systèmes logiques différents. En accordant, par exemple, à *P* le droit de répéter librement un mouvement défensif, nous obtiendrions la logique classique. Quelle peut être, alors, la justification — intuitive ou autre — du refus d'une telle règle ? La prétention d'avoir fondé nos systèmes formels en distinguant la logique effective comme «vraie» semble abusive. Nous reconnaissons, par contre, aux

semantische Grundlage von Logikkalkülen, du même auteur, dans «Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung», 11, 1968] haben ergeben, dass genau diejenigen Aussagen, für die in einem geeigneten Dialogspiel mit der O-Angriffsschranke 1 (d.h. O darf ein Argument von *P* höchstens einmal im Verlauf eines Dialogs angreifen), der *P*-Angriffsschranke *n* und den beiden Verteidigungsschranken 1 eine formale Gewinnstrategie existiert, im üblichen Sinne effektiv logisch wahr [par contraste avec logiquement vrai dans le sens classique] sind». (p. 260).

constructivistes le mérite d'avoir élaboré une notion de vérité logique plus flexible parce qu'applicable à différents systèmes, et aussi d'avoir développé une méthode qui nous permet d'établir, de manière particulièrement transparente, les relations entre ces divers systèmes, puisqu'il suffit de varier les règles structurales de façon déterminée pour engendrer ceux-ci.

Des méthodes semblables ont d'ailleurs été employées avec succès par Hintikka à des fins différentes dont l'une est précisément de décrire l'emploi des quantificateurs dans la logique et dans les langues naturelles. [12]

2.13 *Lorenzen versus Hintikka*

L'intention de Hintikka est d'abord de préciser la portée du célèbre adage de Wittgenstein selon lequel le sens d'un mot est donné par son usage dans la langue. Il relève à cet effet les activités qui constituent l'environnement naturel de certains mots et il instaure ensuite les jeux de langage caractérisant les relations entre ces activités et le sens à donner aux mots qui y sont engagés. On parviendra ainsi à écarter les ambiguïtés attachées au terme «Gebrauch» dans la maxime de Wittgenstein. Cette méthode se révèle particulièrement efficace lorsqu'il s'agit d'expliquer l'usage des quantificateurs que Hintikka introduit au moyen de ce qu'il appelle les jeux de recherche («language-games of seeking and finding»). Le procédé paraît d'autant plus naturel que, dans plusieurs langues européennes, l'existence est exprimée par des locutions se rattachant à la notion de trouver. Lui-même donne l'exemple de «det finns» en suédois ,auquel on pourrait ajouter l'exemple allemand «es befindet sich». Les règles gouvernant les jeux de Hintikka se présentent de manière quelque peu différente de celles que nous avons exposées. Le fait qu'ils ne se

[12] Cf. *Language-Games for Quantifiers,* dans American Philosophical Quarterly, éd. Nicolas Rescher, Monograph No. 2; Oxford 1968; *Quantifiers vs. Quantification Theory,* dans Dialectica, Vol. 27, Fasc. 3-4, 1973; *Models for Modalities,* Dordrecht 1969; *Logic, Language-Games, and Information,* Oxford 1973; et mon article *Probleme der Ontologie* (à paraître).

déroulent pas entre deux interlocuteurs, mais entre moi-même et la nature, leur confère une dimension plus réaliste. La différence reste cependant mince et ne justifie pas, à nos yeux, le reproche que Hintikka adresse à Lorenzen, prétendant que les jeux de celui-ci ne sont que des jeux de salon, tandis que les siens auraient le mérite de nous emporter hors des limites étroites des problèmes de la sémantique logique: «The philosophical perspectives from which he [Lorenzen] looks at the situation is different from mine... His 'dialogical games' are interpretationally quite unlike my language-games of seeking and finding. The former are indoor games, played by successive verbal 'challenges' and 'reponses'. They cannot therefore be put to use in semantics, i.e., to discuss the relation of language to the reality it can convey information about. In contrast, my semantical games are 'outdoor' games, played among the entities our first-order language speaks of» ([1]). Cette remarque paraît déplacée si l'on songe aux prétentions de fondement dont se réclament les constructivistes et que Hintikka semble ignorer, ou si l'on se réfère aux jeux non formels dont il a été question et dans lesquels il s'agit également de produire certains individus (objets) choisis dans un domaine donné, afin de vérifier ou de falsifier certaines propositions. Si l'on tient compte de ces derniers, il est difficile de situer la différence et, pour ce qui est des jeux purement formels, elle est de toute façon insignifiante. Dans sa version la plus simple, le jeu de Hintikka se joue à partir de propositions mises à la forme prénexe, c'est-à-dire de propositions ou tous les quantificateurs ont été déplacés devant la matrice. Une fois cette transformation accomplie, mon but sera de rendre vraie une instance substitutionnelle de la matrice, tandis que mon opposant poursuivra le but contraire. Lorsque le quantificateur sur lequel on joue est un quantificateur existentiel, je suis libre de choisir un individu (objet) dont le nom sera substitué, dans la matrice, à la variable liée correspondante. Si, par contre, il s'agit d'un quantificateur universel, ce sera à l'adversaire de choisir un individu. Ainsi l'ordre des mouvements est déter-

([13]) *Quantifiers vs. Quantification Theory*, n. 11, p. 356.

miné par celui des quantificateurs. Comme précédemment, une proposition sera qualifiée de vraie si et seulement si je dispose, contre la nature, d'une stratégie victorieuse. Et Hintikka insiste sur le fait que cette définition de la vérité est équivalente à celle de la sémantique classique. ([14]).

([14]) La différence qui existe, entre la conception de Hintikka et celle des constructivistes peut être illustrée par un exemple. Dans le jeu de Hintikka je peux obtenir la victoire au sujet de «$(Ex)\ (y)\ (Fx \rightarrow Fy)$» de la manière suivante:

	N	I
(1)		(y) (Fa → Fy)
(2)	Fa → Fb	
(3)		a) Fb / b) Fa

Il est clair, qu'il existe pour *I* une stratégie victorieuse, car si tous les individus du domaine sont *F*, je choisirai, à la troisième ligne *Fb*, et, dans l'autre cas, *Fa* (puisque j'aurai pris soin, lors du premier tour, de choisir un individu *a* qui n'est pas F).
Pour défendre victorieusement la thèse «$(Ex)\ (y)\ (Fx \rightarrow Fy)$» dans un dialogue «effectif», je suis obligé d'ajouter du côté d'O les hypothèses «$(x)\ Fx \vee \sim (x)\ Fx$» «$(Ex) \sim Fx \vee \sim (Ex) \sim Fx$» et «$(x)\ (Fx \vee \sim Fx)$» ou de permettre à *P* une révision de ses mouvements défensifs.

	O				P	
(— 2)	(x) Fx ∨ ∼ (x) Fx					
(— 1)	(Ex) ∼ Fx ∨ ∼ (Ex) ∼ Fx					
(0)	(x) (Fx ∨ ∼ Fx)				(Ex) (y) (Fx → Fy)	
(1)		a_0	1	6	(y) (Fa → Fy)	
(2)	(x) Fx		3	2		a_{-2}
(3)	∼ (Ex) ∼ Fx		5	4		a_{-1}
(4)	b ?	a_1	7	8	F a → Fb	
(5)	Fa	a_4	9	12	Fb	
(6)	Fb		11	10	b ?	a_2

(Les nombres au centre du diagramme indiquent l'ordre successif des mouvements: par exemple la ligne (1) n'est close à droite qu'après la ligne (3). Si O avait procédé à d'autres choix concernant les arguments des disjonctions, le résultat final aurait été le même).

Pour apprécier cette remarque à sa juste valeur, il faut relever que, sur un point particulier, la conception de Hintikka diffère de celle de Lorenzen. Partant d'un langage interprété ne contenant qu'un nombre fini de prédicats, il s'assure qu'un domaine *D* d'individus a été fixé et que tous les prédicats sont interprétés sur *D*, ce qui revient à dire que leur extension a été spécifiée. Ceci implique manifestement que chaque proposition élémentaire («atomique») [15] doit avoir une valeur de vérité déterminée (elle doit être vraie ou fausse). «In a sense», explique-t-il, «what we are doing here is to extend this definition of truth to all the other (first-order) sentences. They are obtained from atomic sentences by propositional operations, for instance, by applying «—» (negation), «$\wedge$» (conjunction), and «$\vee$» (disjunction), and/or by replacing a number of occurences of an individual name by an individual variable [...] bound to an existential quantifier [...] or to a universal one [...] prefaced to the sentence.» [16] Or, nous avons constaté que l'une des

	O			P	
(0)					(Ex) (y) (Fx → Fy)
(1)		a_0	1	2	(y) (Fa → Fy)
(2)	b ?	a_1	3	4	Fa → Fb
(3)	Fa	a_2	5	10	Fb
(4)				6	(y) (Fb → Fy)
(5)	c ?	a_4	7	8	Fb → Fc
(6)	Fb	a_5	9		

(A la ligne (4) *P* révise le mouvement défensif qu'il avait choisi contre l'attaque d'O à la ligne (1)).

(15) Des propositions de la forme «*Fa*», «*Fab*», «*Faa*», «*Fabc*» etc.

(16) *Quantifiers vs. Quantification Theory*, p. 331. Dans ce contexte il n'est pas exigé que les propositions à débattre aient la forme prénexe. Les règles prennent alors une tournure un peu différente: mon but devient de terminer le jeu avec une proposition élémentaire vraie. Les règles pour les quantificateurs restant les mêmes, nous en introduisons de nouvelles concernant la disjonction et la conjonction. La première stipule que lorsque nous avons à débattre d'une proposition disjonctive c'est mon tour de jouer: je dois choisir l'une ou l'autre des parties de celle-ci et le jeu continue sur la partie que j'ai choisie. Dans le cas d'une conjonction, c'est à l'opposant de choisir. La négation, finalement, a pour effet d'inverser les rôles, après quoi le débat continue à propos de la formule sur laquelle portait la négation. (Pour le détail des règles cf. op. cit., p. 332; n. 12, p.

particularités de l'approche constructiviste était précisément de contester cette manière de procéder: «Die Wertdefinitheit von Aussagen vererbt sich zwar auf alle aus ihnen junktorenlogisch Zusammengesetzten Aussagen, nicht aber auch auf quantorenlogische Zusammensetzungen.» [17]

Selon Lorenzen ,Lorenz et Kambartel, le mérite principal de leur méthode est de *fonder* la logique et par conséquent de distinguer un système, la logique «effective», parmi tous les autres. Chez Hintikka, on ne trouve aucune motivation de ce genre, ce qui explique pourquoi sa définition de la vérité et, de manière générale, sa théorie sémantique aboutissent à des résultats identiques à ceux de la théorie traditionelle (Carnap/Taski). A Stenius qui s'en étonne et qui lui reproche de n'avoir rien apporté de nouveau [18], il répond que son critique aurait été le premier à lui en tenir rigueur s'il n'avait pas obtenu la sémantique classique [19] comme cas particulier de sa théorie générale. Et c'est en ceci que réside, à notre avis, l'intérêt de la nouvelle méthode. Le «fondement» ne saurait, en effet, consister en la distinction d'un système aux dépends des autres, pas plus qu'en la réduction («Zurückführung»), par étapes successives, de la logique à des activités pratiques. Il faut plutôt en chercher l'accomplissement dans le fait que la sémantique s'y trouve placée dans un cadre pragmatique plus général, ce qui permet d'établir les relations entre le monde et le langage de façon moins abrupte que précédemment. En avançant pas à pas, nous établissons ces relations de manière plus transparente qu'en procédant d'un seul trait. Quant à savoir si cet avantage est décisif ou d'une importance philosophique capitale nous en laisserons l'appréciation au lecteur. Il semble toutefois indéniable que cette conception correspond, dans une certaine mesure, à celle de la deuxième période de Wittgenstein et que Hintikka a déjà obtenu quelques résultats

356 pour les règles de formation; n. 13 pour les règles concernant les quantificateurs).

(17) Kuno Lorenz, *Die dialogische Rechtfertigung der effektiven Logik*, p. 251.

(18) Cf. Erik Stenius, *Comments on Jaakko Hintikka's Paper «Quantifiers vs. Quantification Theory»*, Dialectica, vol. 30, fasc. 1, 1976, p. 68sqq.

intéressants en l'appliquant à différents domaines. ([20]) Les techniques exposées peuvent, en outre, faciliter la compréhension de certaines préférences intuitives que nous avons pour certains systèmes logiques.

3. *Sémantique constructiviste versus sémantique traditonnelle*

Il nous reste à examiner l'objection la plus grave soulevée contre la sémantique traditionnelle par Lorenzen et par Hintikka. On lui reproche, en effet, de procéder de manière circulaire: «Ersichtlich machen die angeführten 'Definitionen' [c'est-à-dire les définitions des opérateurs logiques selon les méthodes sémantiques classiques] der Subjunktion und des Allquantors bereits von der Subjunktion und dem Allquantor Gebrauch. Sie sind daher zirkulär. Diesen Zirkel soll die Unterscheidung zwischen Objektsprache und Metasprache beheben. Die bei der Einführung der objeksprachlichen logischen Mittel *benutzten* logischen Mittel (es handelt sich... in beiden Fällen um dieselben Mittel) lassen sich als Bestandteil der Metasprache verstehen. Damit ist zwar innerhalb der objektsprachlichen Ebene ein methodischer Zirkel vermieden; jedoch muss nun die Logik metasprachlich bereits verfügbar sein. Der Weg, das Problem auf der nächsthöheren Ebene (... Meta-Metasprache...) zu diskutieren, führt offenbar in einen unendlichen Regress und ist daher methodisch unzulässig. So bleibt es denn im allgemeinen dabei, dass 'semantisch' orientierte Logiker ...*in einer bestimmten Metasprache* (in der Regel in ihrer Muttersprache) jenes Verständnis komplexer Aussagen bereits unkritisch voraussetzen, um dessen kritische Rekonstruktion es bei seiner *Begründung* der Logik doch gerade

([19]) Cf. Jaakko Hintikka, *Partially Ordered Quantifiers vs. Partially Ordered Ideas*, ibid., p. 89 sqq.

([20]) On peut penser, en particulier, aux jeux sémantiques admettant une information imparfaite, dont il a développé le mécanisme logique, et aux jeux autorisant le monde à changer au cours de la partie (Cf. Veikko Rantala, *Urn Models: A New Kind of Non-Standard Model for First-Order Logic*, dans Journal of Philosophical Logic, vol. 4).

geht.» ([21]) L'auteur de ce passage (probablement Kambartel) remarque qu'il est possible d'éviter ce genre de définitions circulaires en recourant à la méthode des tableaux. Mais cet expédient ne peut être d'aucun secours lorsqu'il s'agit de définir les quantificateurs, parce qu'il ne nous est pas possible de dresser des tableaux infinis. Hintikka, de son côté, formule une objection similaire où il n'est, cependant, plus question de «reconstruction critique», mais de situation d'apprentissage dans le sens de Wittgenstein: «Notice that one cannot teach the meanings of quantifiers as a radically new idea by listing e.g., semantical truth conditions. The learner must know the meta-language in which these truth-conditions are formulated. These formulations will themselves turn on the use of the quantifiers of the metalanguage. Hence the most that one can accomplish in this way is to teach the meaning of quantifiers in one language in terms of the quantfiiers of another language. From our point of view, to convey the meaning of quantifiers to someone as a radically new idea is to teach him to play the language-games that go together with quantifiers, and to teach him the relations of the different quantifying expressions to these games. ([22])

Concernant le principe, Lorenzen se trouve en parfait accord avec Hintikka: «[Der Sinn der Ausdrücke 'für alle' und 'für einige'] ergibt sich [...] aus der Festsetzung der Dialogregeln, d.h. die Definition ist konstruktiv [ce qui veut dire: non-arbitraire, non-conventionnelle], indem sich *dann* freilich zeigt, dass etwas re-konstruiert wurde, was wir umgangssprachlich 'schon immer' tun. Darin liegt ein weiterer Vorzug der dialogischen vor der klassischen Definition der Quantoren.» ([23])

Ces déclarations sont sujettes à caution. D'abord, Lorenzen emploie plusieurs termes de manière suffisamment vague pour qu'il soit permis de douter de leur convenance. Le terme «re-

([21]) *Wissenschaftstheorie als Wissenschaftskritik*, p. 67sq. Cf. aussi: *Die dialogische Rechtfertigung der effektiven Logik*, p. 262; Paul Lorenzen, *Methodisches Denken*, Frankfurt a. M. 1969, p. 82 sq. etc.

([22]) *Language-Games for Quantifiers*, n. 12, p. 50.

([23]) *Logische Propädeutik*, p. 161.

construction», pris à la lettre, dénote que ce qui a été reconstruit existait déjà sous une autre forme. Il est donc permis de suspecter que nous sommes ici victimes d'un tour de prestidigitation verbale: afin d'éviter le terme «présupposer», qui flaire le cercle vicieux, on en emploie un autre moins compromettant. Or, il semble que la présupposition ne soit pas moins réelle du fait que ce que nous «reconstruisons», nous l'avons «toujours déjà fait» dans la vie courante. De quel droit alors interdire au sémanticien traditionnel d'user du même argument pour justifier son recours aux quantificateurs dans la métalanue ? On n'arrangera certainement rien en introduisant, dans un formalisme ou un semi-formalisme, un nouveau symbole — la flèche indiquant qu'une règle permet la transition de l'activité pratique à l'expression linguistique («Regelpfeil»). L'artifice consiste effectivement dans la distinction d'un «si logique» et d'un «si pratique» («praktisches wenn-dann») sans autre procédé de justification si ce n'est celui d'affirmer que ce dernier repose sur une activité naturelle. ([24])

Admettons pourtant que l'opérateur logique puisse être «fondé» de cette manière. Qu'en est-il alors de l'opérateur pratique ? Comment assurera-t-on que la régression à l'infini a été interrompue de manière non arbitraire ? Dire que cet opérateur pratique reflète les règles appliquées lors de certaines activités humaines — des activités primitives qui ne nécessitent pas forcément l'usage d'une langue — relève de la méthode *obscurum per obscurius*. Car, s'il est possible d'appréhender la fonction d'un opérateur dans un système linguistique, il est extrêmement difficile d'imaginer ce qu'elle pourrait être hors d'un tel contexte. Comment résoudre, par exemple, la question de savoir si deux actions — celle de prendre une brique et celle de la poser à un certain endroit d'un mur en construction — sont liées l'une à l'autre, sans recourir à des

([24]) Cf. Kuno Lorenz: «... diese dialogische Einführung der logischen Partikel 'wenn dann' [bedient] sich des praktischen 'wenn-dann', allerdings hier nicht zur Formulierung einer Kalkülregel, sondern zur Wiedergabe einer Spielregel, und zwar gleich so, dass rekursiv auf den Dialog um die Wenn-Aussage Bezug genommen wird.» (*Die dialogische Rechtfertigung der effektiven Logik*, p. 256.)

joncteurs logiques — même vaguement définis ? Il semble, en effet, que tout acte de concaténation ressortisse d'une activité typiquement linguistique et le fait de postuler un «si pratique» ne peut être qu'un subterfuge.

Hintikka, lui, n'aspire à aucun fondement du genre de celui des constructivistes et n'est donc pas visé par ces critiques. Il nous reste, cependant, à soulever une objection portant sur la théorie des jeux sémantiques en général et qui a trait à l'origine des règles. Il est évident que celles-ci doivent être fixées par quelqu'un — elles le sont effectivement par Lorenzen et par Hintikka eux-mêmes. Or ils ne peuvent le faire qu'à condition de connaître préalablement le sens des opérateurs logiques. Ainsi l'entreprise sera ou entièrement arbitraire — ce sont Lorenzen et Hintikka qui décident de leur propre initiative (pourquoi eux ?) — ou alors circulaire au même titre que la sémantique classique. Le fait qu'ils partent de présupposés différents — l'un de la logique intuitionniste, l'autre de la logique classique — pour aboutir à des systèmes divergents, bien qu'acceptés tous deux dans certains cercles de logiciens, nous incite à pencher du côté de la circularité. Mais il faut faire la part des choses. Dans le contexte d'une stratégie du fondement ce cercle prend forcément un caractère vicieux si l'on n'arrive pas à justifier l'introduction de foncteurs «pratiques». L'objection deviendrait alors fatale, ce qui n'est pas le cas pour Hintikka ni pour la sémantique classique. Nous pouvons concéder à Hintikka le mérite d'avoir inventé une technique permettant d'expliquer (non pas de fonder !) l'emploi des opérateurs sans présupposer leur connaissance au niveau d'une autre langue. On peut, certes, s'interroger sur l'importance d'une telle découverte, mais là n'est pas notre propos. Quant à la sémantique classique, le danger qui la guette n'est pas tellement celui de recourir à une pétition de principe, mais plutôt celui de tomber dans le piège d'une hiérarchie ascendante de métalangues (*regressus ad infinitum*). Ce danger est-il réel ? Nous ne le croyons pas, car, suivant un précepte de Gonseth selon lequel la seule méthode idoine est de commencer avec ce que l'on a, nous pouvons adopter, sans trop de scrupules, la langue naturelle comme (dernière) métalangue.

Celle-ci présente, sans doute, de nombreux défauts, mais l'expérience montre que nous sommes capables de créer des instruments relativement précis et perfectionnés en nous servant d'instruments relativement imparfaits.

4. *Le fondement des mathématiques*

La logique n'est pas seule à devoir satisfaire à l'exigence de fondement. Les mathématiques et la physique, cette dernière sous le titre de «protophysique», subissent le même traitement. [25] *Mutatis mutandis* la méthode reste la même. Pour constituer l'arithmétique, on recourt à des règles constructives (ici dans l'acception spécifique du terme), et les vérités arithmétiques seront, par conséquent, des vérités synthétiques et formelles. Les vérités géométriques, par contre, sont matérielles parce que les règles qui se trouvent à leur origine sont des règles dites idéatives. Cette terminologie crée une ambiguïté dans l'emploi du terme «matériel». D'une part on désigne comme matériels les jeux dont l'issue dépend de la possibilité d'établir la vérité de certaines propositions élémentaires (vérité contingente ou empirique), et d'autre part on traite la géométrie de science matérielle en insistant sur son caractère non empirique. Or si les vérités géométriques sont des vérités *a priori*, comme l'affirme Lorenzen, cela signifie, semble-t-il, qu'il doit exister, dans leur cas, une stratégie victorieuse dans le cadre d'un jeu *formel*. Il y a donc ici une contradiction qui jette un doute sur le bien fondé des catégories établies par Lorenzen, ce qui confirmerait les reserves que nous avons exprimées au début.

Comment se présente, selon les constructivistes, l'engagement pratique dans une activité arithmétique ? Nous trouvons à l'origine, l'acte primitif de compter. A cet effet nous nous servons de marques (les *calculi* dont étymologiquement déri-

[25] Il est à remarquer que la géométrie, du fait qu'elle repose sur des règles idéatives (cf. au début de notre exposé, la 6e catégorie), n'est pas considérée comme une branche des mathématiques; elle fait partie de la protophysique.

vent nos «calculs») symbolisées, par exemple, par des traits que nous traçons sur un papier. Nous pouvons procéder à différentes opérations avec les objets à compter; nous pouvons rassembler deux tas de pierres dont nous avons déterminé le nombre séparément; il suffit alors d'additionner les deux groupes de traits pour connaître la somme totale des objets. [26] Or, en arithmétique, nous faisons abstraction des qualités particulières de ces objets en ne tenant compte que des constructions que nous obtenons à l'aide des normes qui réglementent l'introduction des symboles et de la nature des opérations qu'il est permis d'effectuer avec ceux-ci. Il me semble toutefois que cette dernière affirmation jette un doute sur l'utilité ou même la possibilité dont il est question [27] de fonder l'arithmétique sur les activités pratiques. Il est invraisemblable que les mathématiques pures dépendent de critères de ce genre qui ne concernent que leur application.

La première règle indique comment on construit les objets du système, c'est-à-dire les nombres (Lorenzen emploie le terme «Zählzeichen»; nous préférons en éviter les connotations), les paires de nombres, les triplets etc.:

$$\begin{array}{ll} K/:\Rightarrow / & \qquad Kp:\Rightarrow /\,,\, n/ \\ n\Rightarrow n/ & \qquad m,n\Rightarrow m/\,,\, n/ \end{array}$$

La première ligne (à gauche) indique qu'il faut commencer par poser un trait, et la deuxième qu'il faut ajouter, à chaque symbole déjà construit, un autre trait.

On ajoute ensuite les règles concernant l'addition et la multiplication:

[26] Cette méthode mène à la faillite, si, par exemple, nous avons à établir la somme de choux, de chèvres et de lions, comptés séparément !

[27] Cf. Lorenzen: «Die Grundlage der Arithmetik ist die vorarithmetische Praxis: die Bedeutung von Zählzeichen... zum Zählen von Sammeldingen, der Grössenvergleich der Zählzichen anstelle des Grössenvergleichs der Sammeldinge, das Addieren und Multiplizieren der Zählzeichen (anstelle gewisser Operationen mit den Sammeldingen). Diese Praxis *rechtfertigt* ... die ... Konstruktionsregeln ...». *Konstruktive Begründung der Mathematik*, dans *Konstruktive Wissenschaftstheorie*, Frankfurt a.M., 1974, p. 199.

$$K + : \Rightarrow \frac{m,/}{m/}$$

$$\frac{m,n}{p} \Rightarrow \frac{m,n/}{p/}$$

$$K : : \Rightarrow \frac{/;n}{n}$$

$$\frac{m;n}{p}, , \frac{p,n}{q} \Rightarrow \frac{m/;n}{q}$$

De cette manière, nous avons défini la construction des nombres et les opérations fondamentales admises dans le système, et les théorèmes arithmétiques seront les propositions que *P* peut défendre à l'aide de ces définitions dans un dialogue formel. En somme, on n'a rien fait d'autre que d'affubler les axiomes de Peano-Dedekind d'un fondement constructiviste.

L'argument consiste à affirmer que quiconque a accepté les deux règles de construction «$\Rightarrow N/$» et «$Nn \Rightarrow Nn/$» est par la même obligé de reconnaître la vérité des axiomes

(1) $N/$
et
(2) $(n)\ (Nn \rightarrow Nn/)$

(où «*N*» symbolise le prédicat «est un nombre»). De manière similaire nous obtiendrons les autres axiomes, c'est-à-dire,

(3) $(m)\ (n)\ ((Nm \wedge Nn) \rightarrow (m/=n/ \rightarrow m=n))$
(4) $(m)\ (Nm \rightarrow m/ \neq /)$,
(5) $(m)\ (n)\ ((Nm \wedge Nn) \rightarrow ((Q/ \wedge (Qm \rightarrow Qm/)\ ) \rightarrow Qn))$ [28]).

En continuant dans la voie indiquée, étape par étape, on en arrivera finalement à constituer la presque totalité de ce qu'on appelle, en mathématique, l'analyse. Pour ce qui est du reste,

([28]) Pour la justification de l'induction mathématique cf. Kuno Lorenz, *Die dialogische Rechtfertigung der Logik*, p. 265 sqq., d'où il ressort que pour y parvenir il faut recourir à des ordinaux transfinis.

Lorenzen affirme qu'il n'est pas fondé — du moins jusqu'à présent — et que par conséquent il serait hasardeux de s'y fier. Nous ne pouvons ici que réitérer l'expression de nos doutes quant à la portée réelle de ces curieux dédoublements. Le prétendu fondement repose sur un artifice analogue à celui que nous avons critiqué lors du traitement de la logique. Aussi longtemps que la transition des règles pratiques aux thèses formelles du système ne sera pas mieux assise — de quelle nature est la nécessité d'admettre ces dernières une fois les premières acceptées ? — on n'obtiendra pas la sécurité à laquelle on prétend atteindre.

Il ne nous est pas possible, pour cette raison, de suivre Thiel qui se félicite du résultat obtenu: «Es überrascht immer wieder, auf welch einleuchtende und zwingende Weise von dieser sehr praxisnahen Basis aus die Sätze voll begründet werden können, die man sonst als Axiome unbewiesen und angeblich unbeweisbar an den Anfang einer mathematischen Disziplin zu stellen pflegt.» (29) Nous estimons, au contraire, que rien n'a été fondé ni démontré si l'on donne à ces termes un sens tant soit peu rigoureux. Comment, en effet, prétendre que les axiomes ont été démontrés si l'on use ensuite du même mot pour exprimer le fait qu'un théorème a été déduit correctement ? Ceci ne peut que prêter à confusion et mettre en évidence l'emploi abusif des termes en question.

En résumé, nous contestons moins l'intérêt d'une alternative constructiviste face à la sémantique classique que la stratégie du fondement à laquelle elle est liée. On pourrait objecter alors qu'une fois débarrassée de cette dernière, la sémantique constructiviste n'apporte rien de véritablement nouveau. Certains travaux de Hintikka ont cependant ouvert des perspectives illuminantes et fertiles, bien que les innovations puissent paraître purement techniques.

(29) Christian Thiel, *Das Begründungsproblem der Mathematik und die Philosophie*, op. cit., p. 105.

5. *Conclusions (allant à l'encontre de toute vue fondamentaliste).*

Il s'agira donc, pour conclure, d'opposer à ces vues fondamentalistes une conception mieux adaptée aux fonctions que les systèmes formels exercent effectivement dans nos activités scientifiques. Nous ne nions pas que des normes soient indispensables à l'édification des sciences ,mais nous pensons qu'elles jouent un rôle différent de celui que leur accordent les constructivistes. Si l'on veut éviter de tomber dans l'arbitraire, il faut exiger qu'à leur tour les normes soient justifiées, et cette justification, à notre avis, ne peut être que pragmatique, mais sans pour autant déboucher sur une stratégie de fondement. Si nous entendons par convention toute décision réfléchie prise dans le but d'obtenir certains résultats, nous pouvons dire que les normes reposent sur des conventions. Il suffira alors d'évaluer dans quelle mesure elles nous ont permis d'atteindre notre but pour juger de leur idonéité. ([30]) Nous échappons ainsi à l'exigence aléatoire de «fonder» les normes et nous évitons en même temps de nous enferrer dans un système particulier tel que la logique «effective», les mathématiques intuitionnistes ou la géométrie euclidienne. Nous nous réservons, au contraire, le droit d'inventer un nombre illimité de formalismes, laissant à l'expérience le soin de résoudre la question de leur éventuelle application. Nous considérons que, de manière analogue aux lois des sciences naturelles, les systèmes formels sont des instruments que nous créons nous-mêmes et dont nous nous servons à des fins multiples et variées. Par conséquent, il ne faudra pas appliquer la notion de vérité à un système entier ([31]); seules les affirmations concernant son champ d'application, comme par exemple «La géomé-

([30]) La décision concernant le but, elle, est de nature entièrement différente. Elle relève de la morale, de la politique, de certaines nécessités contingentes, etc. Nous ne toucherons pas à cette question dans le cadre de cette étude.

([31]) Les critères servant à juger celui-ci sont d'ordre esthétique ou pragmatique: simplicité, valeur explicative, fertilité, ec.

trie euclidienne est applicable à des objets de dimension terrestre», seront (empiriquement) vraies ou fausses.

Contrairement à ce que nous venons de soutenir, la protophysique constructiviste, qui contient la géométrie la chronométrie et la mécanique rationnelle, constitue un système de normes *a priori* qui prétend fonder objectivement nos techniques de mensuration, et qui, du fait de cette ambition, nous lie indéfectiblement à la géométrie euclidienne. Au vu de la situation actuelle, une méthodologie qui a de telles conséquences se disqualifie d'elle-même. Si, par contre, l'on se rallie à notre conception, le fait que la somme des angles d'un triangle euclidien est égale à 180° ne repose sur aucun *a priori* pratique («lebensweltliche Erfahrungspraxis») [32]. La vérité de cette proposition ne dépendra que des règles qui déterminent le système et de ce fait elle sera analytique dans notre acception du terme. La question n'est donc pas de savoir si les axiomes ou postulats d'Euclide sont vrais, mais plutôt celle d'élucider s'ils ont une application empirique. Si, par exemple, on décide de définir la droite à l'aide des rayons lumineux, on exprime par là-même la détermination de renoncer à la géométrie euclidienne dans l'espace interstellaire. En procédant ainsi, nous quittons le domaine des mathématiques pures pour entrer dans celui des hypothèses empiriques. [33]

En considérant les systèmes de la géométrie comme des systèmes formels, nous n'aurons plus à nous soucier de leur fondement. Il faut alors insister sur leur caractère hypothético-déductif, car, en effet, une preuve logique dit simplement qu'une proposition est la conséquence nécessaire de certains axiomes et de certaines règles de déduction. Elle ne garantit la vérité ni des prémisses ni de la conclusion. Contrairement à ce

[32] Il y a ici également abus du terme *a priori* qui, selon l'explication de Lorenzen, devrait être synonyme de «non empirique». Si l'on s'en tient à ce sens, l'*a priori* de la «Erfahrungspraxis» n'est qu'une contradiction dans les termes.

[33] Celle de l'espace courbe dans les dimensions interstellaires semble actuellement bien confirmée du fait que la géométrie de Riemann fournit des résultats corrects — toujours, évidemment, à condiion d'accepter la définition mentionnée de la droite.

que prétendent les constructivistes, les axiomes ne sont pas démontrables; on ne saurait les fonder en invoquant leur «nécessité» pratique, car il n'y a de nécessité compréhensible que celle qu'on crée par l'acceptation de règles. Et, à notre avis c'est précisément le rôle des normes de produire cette forme d'obligation. Ainsi toute forme d'absurdité ne peut provenir que du fait d'avoir accepté les règles tout en refusant les conséquences qui en découlent. Il est évidemment possible de considérer un axiome indépendemment de son appartenance à un système particulier et de le juger intuitivement inacceptable. Cela signifie alors que nous rejetons le système en entier et, dans ce cas, nous changeons simplement d'instrument. Bien entendu, nous ne prétendons pas qu'historiquement les axiomes doivent précéder, en tant qu'axiomes, les théorèmes. Ce n'est qu'à un état avancé d'une science que nous pouvons procéder à son axiomatisation, qui sert surtout à la systématisation, à la mise en évidence des relations logiques qui existent entre les propositions de l'ensemble.

Tout ce qui est nécessaire à l'élaboration d'un système formel se résume à donner un certain nombre de symboles (le vocabulaire) et de règles indiquant à quelles manipulations il est permis de les soumettre. Contrairement aux constructivistes, nous insistons donc sur le caractère syntaxique de ces systèmes résultant du fait qu'ils nous disent seulement comment certains symboles sont combinés avec d'autres et non pas de quelle manière ils sont reliés à des objets. Les symboles définis par les axiomes prennent toutefois un sens formel précis. Dans le système suivant, par exemple

A1 $(x)\,(y)\,(x = y \rightarrow y = x)$
A2 $(x)\,(y)\,((x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z)$
A3 $(x)\,(x = x)$

les relations logiques fixées par les axiomes déterminent étroitement les possibilités d'interpréation du prédicat, les limitant à des relations symétriques, transitives et réflexives telles que l'égalité numérique, l'équivalence logique, l'identité, etc.

En opposant à la stratégie du fondement des constructivistes une conception ouverte, reflétant mieux le rôle que les formalismes jouent réellement dans nos activités scientifiques, notre intention est avant tout libératrice. Bien que la sémantique constructiviste puisse présenter certains avantages, celui, par exemple, de réduire le risque des antinomies ,il n'est pas dans l'intérêt du progrès scientifique de se confiner à la logique effective ou aux mathématiques intuitionnistes.

Université de Berne Henri Lauener