LA LOGIQUE DEONTIQUE ET SES SEMANTIQUES POSSIBLES

Jean-Louis GARDIES

Dès 1963 Saul Kripke donnait (1) une indication sommaire, mais déjà précieuse, sur la manière dont on pouvait adapter à la logique déontique les méthodes sémantiques qu'il venait d'appliquer à la logique modale. Sur la voie qu'il avait ainsi ouverte, William H. Hanson (2), puis M.J. Cresswell (3) devaient bientôt le suivre. Un article récent de Patrice Bailhache (4) ajoute aujourd'hui d'autres résultats à ceux qui avaient été déjà obtenus.

Plus de dix ans après les premiers de ces travaux, on est en droit de s'étonner que des recherches aussi originales n'aient pas éveillé plus de curiosité, en particulier chez des auteurs qui fort légitimement tiennent à subordonner l'intérêt qu'ils portent aux systèmes à la possibilité de leur application et seraient assez disposés à jauger la logique déontique selon son apport à l'analyse de la rationalité morale et juridique.

Les méthodes développées par ces travaux présentent en effet de nombreux avantages de nature à renouveler les perspectives ouvertes à la logique des normes. Indépendamment même de la simplification ainsi procurée pour la position et la solution des problèmes de complétude, les sémantiques permettent d'étayer le jugement, que nous pouvons porter sur l'admissibilité de telle ou telle thèse déontique, par autre chose que l'appel à l'intuition ou à l'intime conviction, simplement appuyée de quelques exemples d'autant plus suspects qu'ils gardent sur eux toutes les tares logiques du langage ordinaire dans lequel on les exprime. Le précédent du *calcul des propo-*

(1) [7] p. 95.
(2) [4].
(3) [2].
(4) [1].

sitions suffit à montrer que le sentiment du paradoxe n'est pas un critère du rationnel auquel on puisse aveuglément se fier. Or les sémantiques du type imaginé par Kripke permettent de tirer le contenu de nos intuitions de leur forme strictement intuitive; ainsi donnent-elles la capacité de tester l'adéquation des systèmes construits aux concepts que nous les chargeons d'exprimer et de conclure par le fait même des discussions, qui resteraient interminables tant que nous ne nous serions pas donné le moyen de les terminer.

Cependant de telles méthodes, dans l'application qu'en ont faite les auteurs que nous avons cités, présentent, nous essaierons de le montrer, un inconvénient, grave sans doute mais éliminable. Cet inconvénient, en réduisant l'adéquation des modèles proposés au raisonnement moral et juridique ordinairement pratiqué, a peut-être été ce qui a compromis auprès des juristes le succès que ces méthodes auraient mérité.

Née à l'ombre de la logique modale du fait même de certains isomorphismes, la logique déontique s'est toujours trouvée naturellement moins préoccupée de s'inventer de nouvelles thèses que de repérer dans les thèses préexistantes de la logique modale celles qu'elle n'avait pas le droit de faire siennes. La même difficulté qui s'était dressée au début des années cinquante à l'origine des premiers systèmes axiomatiques avec G.H. von Wright et O. Becker s'est rencontrée à nouveau lorsqu'il s'est agi d'adapter à la déonticité les modèles initialement prévus pour la modalité. Sans doute S. Kripke avait-il fourni l'indication essentielle (à savoir, en passant du modal au déontique abandonner la réflexivité de la relation envisagée entre les mondes). Mais le problème restait entier de la légitimité d'une itération des foncteurs normatifs.

On sait que les règles de bonne formation des expressions, dans les systèmes modaux développés depuis C.I. Lewis, admettent en général la possibilité d'une semblable itération; et cela même pour des systèmes comme S5 où les théorèmes de réduction suffisent par ailleurs à ramener toutes les modalités composées à une modalité simple reconnue comme équivalente. On a déjà longuement discuté sur la possibilité de donner un sens à ces modalités combinées, ou plus généralement aux expressions dans lesquelles l'argument d'un foncteur modal contient déjà au moins un autre foncteur modal. On a pu invoquer à ce sujet l'exemple de certains raisonnements de Leibniz ou de Kant. Notre propos n'est évidemment pas ici de reprendre cette discussion pour nous appuyer sur l'une ou l'autre des deux réponses possibles à la question.

Quoi qu'il en soit, même si l'on admet qu'il y ait un sens à parler, par exemple, de la *nécessité d'une possibilité,* ou de l'*impossibilité d'une impossibilité,* il reste qu'il ne peut y en avoir aucun à parler sans précision complémentaire de l'*obligation d'une permission* ou de l'*interdiction d'une interdiction.* Et cela pour cette raison que, dans les modalités (les modalités logiques du moins), de l'étage supérieur à l'étage inférieur de l'itération, la modalité ne change pas de nature; c'est le même genre d'*impossibilité* que je retrouve répété d'un étage à l'autre dans l'*impossibilité d'une impossibilité*; car la modalité d'une part pour auteur n'a personne, et d'autre part s'adresse à tous; tandis que la norme est soumise à la double variation d'autorité et de destinataire. Les seules normes composées qui aient un sens sont les normes hiérarchiques; mais précisément celles-ci ne sont rien moins qu'itérées; car en passant du niveau supérieur au niveau inférieur de la hiérarchie l'auteur de la norme a changé et son destinataire aussi. Que a puisse obliger b à obliger à son tour c à ce que p ne m'autorise à parler d'une *obligation d'obligation* que si j'oublie que la première obligation est une obligation de b par a et la seconde une obligation de c par b et que nous n'avons ici que l'apparence d'une *itération,* sur laquelle on ne peut sérieusement penser à fonder un algorithme.

Ainsi ne pourrait-on traduire convenablement les normes hiérarchiques, comme nous l'avons déjà expliqué ailleurs ([5]), que si l'on disposait, pour exprimer la norme, de foncteurs à trois places d'arguments (deux places d'argument individuel pour désigner respectivement l'auteur et le destinataire de la norme, et une place d'argument propositionnel pour désigner son contenu). Mais avec les foncteurs déontiques ordinaires

([5]) [3] pp. 194 et s.

à unique argument (propositionnel) on en serait réduit à substituer à l'articulation d'une hiérarchie une simple itération et il est impossible de pratiquer une telle substitution sans s'éloigner des données fondamentales de la rationalité pratique.

Bref, les objets respectifs de la logique modale et de la logique déontique nous obligent, quand nous passons de la première à la seconde, à remplacer la règle de bonne formation des expressions, qui stipule qu'*un foncteur modal suivi d'une EBF* (expression bien formée) constitue une EBF, par une règle qui stipulerait qu'*un foncteur déontique suivi d'une EBF du calcul des propositions* constitue une EBF. Ainsi ne pourrions-nous pas avoir d'expressions déontiques du type

$$SPp$$

ou encore

$$L(p \supset Wp)$$ (6)

La réforme de cette règle de bonne formation nous contraint évidemment à modifier les modèles construits pour les systèmes déontiques. Si nous rejetons en effet toute itération des foncteurs déontiques, nous devons refuser d'envisager, au-delà des mondes immédiatement accessibles au monde présent où la norme est vraie, d'autres mondes à leur tour accessibles à partir des premiers. Le modèle déontique sera donc beaucoup plus simple que le modèle modal: si je désigne par W_0 le monde présent de la vérité des normes, il me suffira de supposer un nombre n de mondes $W_1, W_2 \dots W_n$ pour lesquels

— chaque W_i ($i > o$) est caractérisé par son accessibilité à partir de W_0;

— entre deux W_i et W_j quelconques, il n'y a pas d'accessibilité pensable;

— chaque W_i n'a «derrière lui» aucun monde qui lui soit à lui-même accessible.

(6) suivant l'usage inauguré par G. KALINOWSKI dans [6], S et L correspondent respectivement aux foncteurs de l'*obligation* et de l'*interdiction* (fortes), tandis que P et W désignent le *permis* et le *facultatif* (faibles).

Il est facile de montrer qu'un tel modèle se trouve extrêmement près de nos représentations ordinaires de la normativité. Lorsque nous disons en effet qu'il est obligatoire que p, nous supposons en général, au-delà du monde présent dans lequel la norme *il est obligatoire que p* est vraie, une pluralité de mondes à venir, tous possibles et à ce titre accessibles à notre liberté; mais, parmi ces mondes à venir supposés, les uns sont moralement (ou juridiquement) admissibles, les autres non; qu'il soit obligatoire que p signifie en général que parmi tous ces mondes imaginables qui s'offrent au choix de notre liberté, seuls ceux dans lesquels «p» est vrai sont moralement (ou juridiquement) admissibles. Or il faut bien reconnaître que, dans un tel usage du mot *obligation,* la détermination de la distance temporelle des mondes à venir, admissibles ou non, au monde présent de la vérité de la norme est assez sommaire: ces mondes à venir sont représentés tous à la même distance du présent; ils sont en quelque sorte les possibles futurs immédiats de notre action; et que nous ayons le choix entre eux implique qu'après avoir choisi il ne sera plus question de passer de l'un à l'autre. De toutes manières de telles expressions excluent toute spéculation sur le choix second que nous pourrons faire à partir du monde initialement choisi.

Ce modèle de base peut prendre au moins trois formes différentes, chacune nous fournissant une image plus ou moins riche de la rationalité normative. Mais il est bien évident que pour toutes ces formes, à partir du moment où (suivant le conseil de S. Kripke) nous laissons tomber la réflexivité, les W_i n'ayant entre eux-mêmes aucune relation, il ne sera plus question ni d'une réflexivité, ni d'une transitivité ni d'une symétrie quelconques.

Le premier modèle limite le choix des différents W_i à l'ensemble des mondes moralement (ou juridiquement) admissibles, c'est-à-dire à celui que M.J. Cresswell dans [2] désigne comme l'ensemble G de tous les mondes bons [7]. Ici α *est obligatoire en*

[7] Nous préférons ici le terme *admissible,* qui renvoie naturellement à la bivalence *admissible — inadmissible,* au terme *bon,* qui pourrait suggérer la trivalence *bon — mauvais — indifférent.*

W_o si et seulement si α est vrai dans tous les W_i (admissibles); et, ce qui revient au même (si l'on tient compte de la définition de l'obligatoire et du permis, l'un à partir de l'autre, au moyen de deux négations l'une anté-posée l'autre post-posée), *α est permis en W_o si et seulement si il existe au moins un W_i* (admissible) *dans lequel α est vrai.*

Le deuxième modèle, employé isolément, limiterait le choix des différents W_i à l'ensemble des mondes moralement (ou juridiquement) inadmissibles, complémentaire de l'ensemble G précédemment considéré. Si dans le premier modèle, la *permission* rencontrée était bien la *permission faible* (*weak permission* de G.H. von Wright [8]) pour laquelle, comme on sait

$$P\,(p \vee q) \equiv (Pp \vee Pq)$$

le deuxième modèle permet d'introduire la *permission forte* (*strong permission* de G.H. von Wright [8]) pour laquelle, comme on sait

$$P'\,(p \vee q) \equiv (P'p \,.\, P'q)$$

de la manière suivante: *α est* (fortement) *permis en W_o si et seulement si α est faux dans tous les W_i* (inadmissibles) (8).

Le troisième modèle sera constitué par la combinaison des deux précédents. Dans l'ensemble des mondes possibles tous ouverts à ma liberté, nous distinguerons le sous-ensemble des mondes admissibles et son complémentaire le sous-ensemble des mondes inadmissibles et nous définirons *permission faible* et *permission forte* comme précédemment. Mais par le fait même que nous pouvons opérer l'union du sous-ensemble des mondes admissibles avec le sous-ensemble des mondes inadmissibles en un seul ensemble des mondes possibles, nous pourrons faire entrer dans ce troisième modèle la considération des modalités, sans aucune addition, par voie de simple définition.

(8) M.J. Cresswell, en donnant p. 182 de [2] une détermination analogue du foncteur qu'il désigne par «S», ne semble pas se rendre compte qu'il retrouve ainsi la *permission forte* de von Wright et l'interprète apparemment comme une sorte d'obligation. Cette incertitude est en tout cas entièrement levée dans l'article de P. Bailhache.

Car enfin α *est nécessaire en* W_0 *si et seulement si* α *est vrai en* W_0 *ainsi que dans tous les* W_i *admissibles ou inadmissibles*; et, ce qui revient au même (si l'on tient compte de la définition du *nécessaire* et du *possible*, l'un à partir de l'autre, au moyen de deux négations l'une anté-posée l'autre post-posée), α *est possible en* W_0 *si et seulement si* α *est vrai en* W_0 *ou en quelque* W_i *admissible ou inadmissible*. Ce qui revient à définir la *nécessité* de la façon suivante:

$$\Box\, \alpha \underset{\text{def}}{=} \alpha \,.\, S\alpha \,.\, P' \sim \alpha$$

et la *possibilité*:

$$\Diamond\, \alpha \underset{\text{def}}{=} \alpha \vee P\alpha \vee \sim P'\alpha$$

Dans un tel modèle, on peut également introduire par voie de simple définition deux autres foncteurs modaux, dont la considération est plus intéressante dans l'ordre déontique que celle de la *nécessité* et de la *possibilité*. *Nécessité* et *possibilité* en effet ne concernent le devoir-être que dans la mesure où ces modalités traitent de l'avenir. Limitée à l'avenir, c'est-à-dire une fois écartée la considération du présent, la *nécessité* devient simple *inévitabilité*, laquelle peut se définir

$$\Box'\alpha \underset{\text{def}}{=} S\alpha \,.\, P' \sim \alpha$$

tandis que la *possibilité* cède la place à ce que nous appellerons l'*éventualité*, laquelle se définira

$$\Diamond'\alpha \underset{\text{def}}{=} P\alpha \vee \sim P'\alpha$$

Les propriétés du *calcul des propositions* font voir immédiatement que *nécessité implique inévitabilité* et que *éventualité implique possibilité*. La considération de ces deux nouvelles modalités permet de mettre en lumière, nous le verrons, certaines propriétés intéressantes du domaine normatif que la seule considération des modalités classiques conduirait à oblitérer.

A chacun de ces modèles on peut faire correspondre un ensemble de tableaux sémantiques très analogues à ceux dont S.

Kripke explique la construction au § 3, p. 72 de [7]. Comme S. Kripke, nous représenterons chaque monde envisagé comme un tableau à deux colonnes, celle de gauche portant les propositions qui y sont vraies, celle de droite portant celles qui y sont fausses. Pour les expressions relevant du simple *calcul des propositions,* il suffit de reprendre les règles formulées par S. Kripke. En ce qui concerne en revanche les expressions commandées par un foncteur déontique ou modal, nous devrons substituer aux règles Yl et Yr imaginées par S. Kripke des règles sensiblement nouvelles.

Pour le premier modèle, nous pourrions être tenté d'abord d'appliquer l'une des deux règles suivantes, dont il est facile de montrer qu'elles sont exactement équivalentes l'une à l'autre:

Si $S\alpha$ apparaît à la gauche du tableau-origine, mettre α à la gauche de tous les autres tableaux.

ou

Si $P\alpha$ apparaît à la droite du tableau-origine, mettre α à la droite de tous les autres tableaux.

ainsi que l'une des deux autres règles, également équivalentes entre elles:

Si $S\alpha$ apparaît à la droite du tableau-origine, ouvrir un nouveau tableau avec α à sa droite.

ou

Si $P\alpha$ apparaît à la gauche du tableau-origine, ouvrir un nouveau tableau avec α à sa gauche.

Mais si nous nous bornions à un tel couple de règles nous ne pourrions encore valider dans notre premier modèle une thèse normative aussi évidente que

$$Sp \supset Pp$$

Pour pouvoir le faire, il nous faut encore ajouter la clause

«ou, s'il n'y a pas d'autre tableau, en ouvrir un nouveau avec α à sa gauche»

à la première règle, si nous préférons opérer sur S, ou ajouter la clause

«ou, s'il n'y a pas d'autre tableau, en ouvrir un nouveau avec α à sa droite» à la deuxième règle, si nous préférons opérer sur P. L'addition de cette clause nouvelle signifie qu'à partir du moment où l'on identifie l'*admissible* (ou *le bien*) avec *ce qu'on a le droit de faire* (9), il faut alors qu'entre une action et son abstention l'une des deux au moins soit sous quelque circonstance acceptable, pour qu'il y ait ainsi parmi tous les mondes possibles entre lesquels notre liberté a le choix, un monde au moins (ne serait-ce que le moins mauvais) qui soit admissible.

Pour le deuxième modèle, nous pourrions avoir les deux règles suivantes:

— Si $P'\alpha$ apparaît à la gauche du tableau-origine mettre α à la droite de tous les autres tableaux.
— Si $P'\alpha$ apparaît à la droite du tableau-origine ouvrir un nouveau tableau avec α à sa gauche.

Si l'on préférait procéder à partir du *fortement facultatif* au lieu du *fortement permis*, en définissant

$$W'\alpha \underset{\text{def}}{=} P' \sim \alpha$$

on substituerait aux deux règles précédentes les deux nouvelles règles, qui leur sont équivalentes:

— Si $W'\alpha$ apparaît à la gauche du tableau-origine, mettre α à la gauche de tous les autres tableaux.
— Si $W'\alpha$ apparaît à la droite du tableau-origine, ouvrir un nouveau tableau avec α à sa droite.

Si nous évitons d'évoquer ici à propos de ce deuxième modèle la possibilité de procéder à partir de l'*obligation faible*, définie

$$S'\alpha \underset{\text{def}}{=} \sim P' \sim \alpha$$

c'est qu'un tel foncteur nous paraît assez éloigné des divers usages vulgaires du terme d'*obligation*; alors que la situation

(9) et non pas avec *ce qu'on doit faire*, ce qui reviendrait à instaurer une trivalence du *bien*, du *mal* et de l'*indifférent*, qu'on trouve par exemple dans [6] §§ 1 et 2.

est fort différente pour la *permission forte* qui lui correspond. De toutes manières, rien ne justifierait la validité de l'implication:

$$S'p \supset P'p$$

En revanche, comme le montre bien P. Bailhache dans [1], il suffit pour rendre valide l'implication converse

$$P'p \supset S'p$$

de supposer que les mondes possibles ne sont pas tous admissibles, c'est-à-dire qu'il en existe au moins un d'inadmissible. Cette supposition se traduirait par l'addition à la première des deux règles concernant P' de la clause

> «ou, s'il n'y a pas d'autre tableau, en ouvrir un nouveau avec α à sa droite».

Si l'on avait préféré partir des règles concernant W', il faudrait ajouter à la première de ces règles la clause

> «ou, s'il n'y a pas d'autre tableau, en ouvrir un nouveau avec α à sa gauche».

Nous nous abstiendrons cependant, provisoirement au moins, de considérer le modèle qu'engendrerait l'addition d'une telle clause et le système correspondant. Non qu'un tel modèle soit dépourvu d'intérêt [10]. Mais il nous semble que la nécessité de l'existence parmi les mondes possibles d'au moins un monde inadmissible s'impose avec moins d'évidence que la nécessité précédemment reconnue de l'existence d'au moins un monde admissible. Le précepte de l'abbaye de Thélème «fais ce que voudras» n'est pas absurde, comme serait absurde en revanche le précepte qui m'interdirait tout, action aussi bien qu'abstention. Ce qu'on peut reprocher au premier précepte c'est seulement de simplifier le code, qu'il n'est que trop facile d'observer puisqu'il n'y a pas moyen de lui désobéir; tandis que le second précepte ruine radicalement toute application possible du code,

[10] On trouverait le développement d'un système de ce genre avec DD' de [1].

puisqu'il n'y a pas moyen de lui obéir. Ainsi peut-on envisager (Rabelais et fort différemment Dostoïevski ne s'en sont pas privés) que tout soit permis, non pas que rien ne le soit.

Au premier modèle nous ferons correspondre l'axiomatique suivante établie à partir du terme premier indéfini S, elle-même ajoutée au *calcul des propositions*

Définitions $Lp \underset{def}{=} S \sim p$

$Pp \underset{def}{=} \sim S \sim p$

$Wp \underset{def}{=} \sim Sp$

$Mp \underset{def}{=} (\sim S \sim p \, . \sim Sp)$

Axiomes $S (p \supset q) \supset (Sp \supset Sq)$

$Sp \supset \sim S \sim p$

Règle $\vdash \alpha \rightarrow \vdash S\alpha$

Bref nous reprenons le système D de [4] tel qu'il est reformulé dans [1], à cette seule réserve que notre conception de la bonne formation des expressions déontiques nous oblige, d'une part à restreindre la *règle de substitution* incluse dans le *calcul propositionnel,* en sorte qu'on ne puisse substituer à une variable située *dans la portée d'un foncteur déontique* qu'une EBF du *calcul propositionnel,* et d'autre part à désigner par α dans la règle supplémentaire une simple EBF du *calcul propositionnel* et non pas une EBF quelconque du système.

Pour le deuxième modèle nous nous conformerons aux suggestions de [1] et retiendrons ainsi l'axiomatique suivante établie à partir du terme premier indéfini W', elle-même ajoutée au calcul propositionnel

Définitions $P'p \underset{def}{=} W' \sim p$

$M'p \underset{def}{=} (W' \sim p \, . \, W'p)$

$S'p \underset{def}{=} \sim W'p$

$L'p \underset{def}{=} \sim W' \sim p$

Axiome $W' (p \supset q) \supset (W'p \supset W'q)$

Règle $\vdash \alpha \rightarrow \vdash W'\alpha$

Bref nous reprenons le système F' de [1] avec la même double réserve exprimée précédemment à propos du système D (11).

Pour le troisième modèle, il suffira de réunir les définitions, axiomes et règles des deux systèmes précédents et d'y ajouter les définitions du *nécessaire*, du *possible*, de l'*inévitable* et de l'*éventuel* que nous avions suggérées à savoir

$$\Box p \underset{def}{=} p \, . \, Sp \, . \, W'p$$
$$\Diamond p \underset{def}{=} p \vee \sim S \sim p \vee \sim W' \sim p$$
$$\Box' p \underset{def}{=} Sp \, . \, W'p$$
$$\Diamond' p \underset{def}{=} \sim S \sim p \vee \sim W' \sim p$$

On vérifiera qu'une telle axiomatique suffit à démontrer notamment les thèses

$$\Box (p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$$
$$\Box p \supset p$$

ainsi que la règle dérivée

$$\vdash \alpha \rightarrow \vdash \Box \alpha$$

c'est-à-dire que le système contient implicitement l'axiomatique du système T imaginé par Feys en 1937, à cette restriction près que la double réserve exprimée précédemment pour le

(11) Comme P. Bailhache le met bien en lumière, l'avantage de prendre W' pour terme premier est de souligner ainsi le parallélisme entre F' et D. Une transposition du système avec P' pour terme premier détruit en effet ce parallélisme puisque l'axiome et la règle deviennent alors respectivement

$$P' (\sim p \, . \, q) \supset (P'p \supset P'q)$$
$$\vdash \alpha \rightarrow \vdash P' \sim \alpha$$

L'avantage en revanche d'une telle axiomatique établie sur P' est de s'accorder plus facilement avec la pratique du langage naturel. La même nécessité de s'accorder au langage naturel pourrait également inciter à abandonner les deux dernières des définitions proposées pour renoncer purement et simplement aux termes S' et L'.

système D et le système F' va porter également sur les foncteurs modaux que nous venons d'introduire par voie de définitions. Nous n'aurons donc ici, à la différence de ce qui se produit dans le système T, pas plus de modalités itérées que de normes itérées. Ces réserves, qui empêchent un foncteur modal ou déontique d'apparaître dans la portée d'un autre foncteur modal ou déontique, constituent la seule chose qui distingue le présent système du système DF' de [1] et en fait un sous-système de ce dernier ([12]).

Dans le premier modèle et dans le système qui lui correspond on retrouve, outre la thèse

$$P(p \vee q) \equiv (Pp \vee Pq)$$

les grands «paradoxes» classiques déjà signalés dans le premier système de G.H. von Wright, comme le *paradoxe de Ross* ou le *paradoxe de l'obligation dérivée*. Dans le deuxième modèle et dans le système correspondant, outre la thèse

$$P'(p \vee q) \equiv (P'p \, . \, P'q)$$

on trouve, comme P. Bailhache le démontre dans [1] à propos du système F', la thèse

$$M'p \supset M'q$$

ce qui n'est paradoxal qu'à un stade superficiel de réflexion: à partir du moment en effet où *p* est permis, quelles que soient les circonstances qui l'entourent, et où *non p* de même est permis, quelles que soient les circonstances qui l'entourent, comme on aura nécessairement *p ou non p,* alors tous les mondes possibles seront accessibles, c'est-à-dire que tout sera per-

([12]) On observera que, si les précédentes définitions permettent d'articuler le modal avec le déontique, le système modal ainsi articulé se trouve être un sous-système de T. Ceci pose le problème, dont nous n'avons pas à traiter ici mais qu'il ne faut pas méconnaître, de savoir si cet enclenchement limité est le seul qu'il faille envisager pour le raisonnement normatif, ou si, par l'intermédiaire de cet enclenchement, c'est tout le système T et peut-être même les systèmes modaux plus forts qu'on doit à leur tour considérer comme articulés avec le déontique.

mis. On arrive d'ailleurs à des conclusions analogues en substituant «$\sim$ p» à «q» dans la thèse que nous avons citée

$$P' (p \vee q) \equiv (P'p \,.\, P'q)$$

ce qui donne

$$P' (p \vee \sim q) \equiv (P'p \,.\, P' \sim p)$$

ou

$$P' (p \vee \sim p) \equiv M'p$$

Ce qui revient à dire que toute permission (forte) bilatérale est équivalente à une permission (forte) unilatérale de contenu tautologique.

De toutes manières, si l'on voulait éliminer certaines conséquences jugées fâcheuses de pareilles thèses, il suffirait, comme le montre [1], de supposer dans le modèle qu'il existe au moins un monde inadmissible et d'ajouter au système l'un des deux axiomes équivalents l'un à l'autre

$$\sim M'p$$
$$W'p \supset \sim W' \sim p$$

L'introduction des foncteurs de l'*inévitabilité* et de l'*éventualité* permet d'obtenir dans le troisième modèle et dans le système qui lui correspond, en plus de thèses déjà signalées par P. Bailhache, comme

$$(Sp \,.\, p \,.\, \sim \Box' p) \supset S'p$$

les thèses intuitivement plus intéressantes

$$(Sp \,.\, \sim \Box' p) \supset S'p$$
$$(P'p \,.\, \Diamond' p) \supset Pp$$

alors que les expressions correspondantes, où le *nécessaire* et le *possible* prendraient respectivement la place de l'*inévitable* et de l'*éventuel*, ne sont ni valides pour le modèle, ni démontrables dans le système (13).

***

Pour la présentation des diagrammes sémantiques il va de soi qu'on peut aussi bien procéder selon la manière utilisée par S. Kripke dans [7], c'est-à-dire représenter chaque monde possible par un tableau à deux colonnes (l'une pour les propositions qui y sont vraies, l'autre pour celles qui y sont fausses), manière que nous avons nous-même reprise au cours de cet article, ou selon la manière exposée par Hughes et Cresswell dans [5] et reprise par P. Bailhache dans [1], c'est-à-dire pour

(13) Les systèmes que P. Bailhache appelle DF'_I et DD'_I s'éloignent considérablement des modèles et des systèmes que nous évoquons ici. La nouvelle définition du *nécessaire*, telle qu'elle lui est suggérée par la réduction andersonienne des foncteurs déontiques à la logique modale, à savoir

$$\Box\, p \underset{\text{def}}{=} (Sp \,.\, W'p)$$

ne peut même pas être rapprochée utilement de notre définition de l'*inévitable*, comme le montre bien l'axiome nouveau que P. Bailhache est conduit à proposer

$$(Sp \,.\, W'p) \supset p$$

Car l'inévitabilité de p (dans l'avenir) n'implique évidemment pas sa réalité (dans le présent). Si la réduction andersonienne suggère bien (comme le montre P. Bailhache) cette définition du *nécessaire*, c'est que la définition andersonienne de l'*obligatoire*

$$Sp \underset{\text{def}}{=} \Box\, (\sim p \supset \sigma)$$

a le défaut (à nos yeux) de ne pas exclure la vérité ou fausseté présente de p, vérité ou fausseté qui, dans la mesure où elle est déjà consommée, ne dépend déjà plus de nous. L'obligation, selon notre modèle et selon, nous semble-t-il, la conception la plus courante et la plus raisonnable, ne régit que l'avenir. Mais comme, selon Anderson, *Sp* signifie que *p est vrai dans tous les bons mondes présent ou à venir* et comme, en vertu de la définition parallèle que donne P. Bailhache de *P'p*, *W'p* signifierait que *p est vrai dans tous les mauvais mondes présent ou à venir*, il est clair que dans ces conditions la conjonction de *Sp* et de *W'p* d'une part équivaut à $\Box\, p$ (ce qui justifie la nouvelle définition) et d'autre part implique *p* (ce qui justifie le nouvel axiome).

chaque monde possible, représenter la valeur de vérité que doit y avoir chaque proposition par un chiffre inscrit immédiatement au-dessous. Ces deux modes de présentation étant exactement équivalents, les démonstrations concernant consistance et complétude sont les mêmes dans les deux cas.

Que pour chacun des trois modèles la méthode soit décisoire est, s'il se peut, encore plus immédiat que pour les modèles proposés dans [5] et dans [1], puisqu'il est inutile ici d'introduire la considération du «degré déontique d'un rectangle». A l'exception du rectangle ou du tableau initial correspondant au présent de la norme, tous les autres rectangles ou tableaux occupent une situation terminale, leur vocabulaire ressortit au simple *calcul des propositions* et la procédure revient à vérifier qu'ils expriment ou n'expriment pas une contradiction.

La consistance des trois systèmes pourrait déjà se prouver immédiatement par la méthode de «PC-transformation». Ce qui est dit à ce sujet dans [1] à propos de DD' garde évidemment sa valeur.

Pour chacun des trois systèmes il est facile d'établir que toute thèse est valide dans le modèle correspondant, en montrant que chaque axiome est valide et que les règles de transformation préservent la validité. Tous les éléments de cette démonstration se trouvent déjà dans [5] pp. 68-69. Les transpositions et adaptations nécessaires sont trop faciles pour mériter que nous nous y attardions. Si nous n'avions pas prouvé la consistance des systèmes par la méthode de «PC-transformation», la démonstration de la validité de toute thèse fournirait un autre moyen d'établir cette consistance: toute thèse α étant valide, la non-validité de $\sim\alpha$ suffit à nous assurer que nous ne trouverons pas dans le système α et $\sim\alpha$.

Quant à la démonstration de la complétude des systèmes, c'est-à-dire du fait que toute expression valide est thèse du système correspondant, un examen attentif de la démonstration fournie dans [1] de la complétude du système DF', démonstration qui elle-même se réfère à la démonstration de la complétude de T donnée dans [5], montre que cette démonstration peut s'appliquer à notre troisième système. La seule différence en effet entre le système DF' de P. Bailhache et notre troisième système est, nous l'avons vu, que le système DF' admet l'itération des foncteurs normatifs. Que la démonstration de P. Bailhache vaille pour un système qui admet un nombre quelconque d'itérations ne nous retire pas le droit de l'appliquer à un système pour lequel ce nombre est toujours nul. Tout au plus, en passant d'un système à l'autre, conviendrait-il de changer quelques formulations, par exemple de parler non pas de *deux rectangles quelconques* W_i *et* W_j tels que *le second soit accessible au premier*, mais d'*un rectangle quelconque* W_i *accessible à* W_o (14).

Nous avons préféré écarter jusqu'ici de notre considération le modèle obtenu par la supposition supplémentaire de l'existence d'au moins un monde inadmissible et le système correspondant obtenu de son côté par addition à l'axiomatique du troisième système de l'axiome

$$W'p \supset \sim W' \sim p$$

pour la raison que cette supposition et cet axiome nous paraissaient jouir d'une moindre évidence que la supposition d'au moins un monde admissible et l'axiome correspondant

$$Sp \supset \sim S \sim p$$

Il serait cependant léger de notre part d'écarter définitivement un tel modèle et un tel système dont nos réserves ne nous paraissent pas suffire à exclure l'intérêt. Que la procédure applicable pour ce quatrième modèle soit décisoire et que ce quatrième système soit consistant et complet, c'est ce qui ressort assez immédiatement de [1] rapproché de ce que nous venons d'écrire, pour qu'il soit inutile d'en fournir explicitement la démonstration.

(14) Même si P. Bailhache ne fournit pas une démonstration explicitement distincte de la complétude de D et de la complétude de F', l'isolement d'une telle démonstration à partir de sa démonstration de la complétude de DF' ne soulève aucune difficulté. De même la complétude de chacun de nos deux premiers systèmes est-elle aussi aisée à établir, à partir du moment où la complétude du troisième est elle-même établie.

Ces quatre systèmes, tels que nous venons de les redéfinir possèdent un certain nombre de caractères qui devraient leur attirer l'attention de ceux-là mêmes, de ceux-là surtout, que les mésaventures de la logique déontique dans les vingt-cinq dernières années ont fini par lasser, caractères que nous jugeons bon de récapituler:

1) Les moyens d'expression de ces systèmes se rapprochent de ceux que met en jeu la rationalité pratique, dans la mesure où non seulement ils excluent comme dépourvues de sens les normes itérées, mais ils admettent en revanche les expressions mixtes combinant normes et jugements de faits. Ces systèmes, à la différence de beaucoup de systèmes antérieurs répondent ainsi à la nécessité d'enclencher, au sein du raisonnement normatif, propositions proprement normatives, propositions simplement énonciatives ([15]), et propositions modales.

2) Ces systèmes et leurs modèles permettent de procéder, sur une base claire et simple, aux distinctions nécessaires entre foncteurs déontiques que l'usage tend à confondre. A défaut de ces distinctions en effet les désignations normatives de nos langages ordinaires sont trop ambiguës pour fonder un algorithme utilisable.

3) A quoi s'ajoute, du simple point de vue de l'économie des systèmes, nous venons de le voir, que leur consistance et surtout leur complétude sont démontrables.

4) Mais surtout nous disposons avec ces méthodes d'une procédure décisoire, qui confère à la logique déontique les avantages, qui jusqu'aux années soixante lui ont gravement manqué, à elle ainsi qu'à la logique modale, d'une quasi-extensionalité.

C'est pourquoi les apports successifs de W.H. Hanson, de M.J. Cresswell et de P. Bailhache nous paraissent d'un grand intérêt pour l'analyse du raisonnement moral et juridique. Il serait fâcheux que cet intérêt fût masqué par un certain nombre

([15]) Pour autant qu'on ait le droit de distinguer nettement *propositions proprement normatives* et *propositions simplement énonciatives* les unes des autres, ce qui est un autre problème.

de dispositions qu'il est, nous avons essayé de le montrer, très facile de disjoindre.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BAILHACHE, Patrice — Sémantiques pour des systèmes déontiques intégrant permission faible et permission forte, *Logique et analyse, 77,* 1977, pp. 127-157.

[2] CRESSWELL, M.-J. — Some further semantics for deontic logic, *Logique et analyse*, 38, 1967, pp. 179-191.

[3] GARDIES, Jean-Louis — Logique déontique et théorie générale des fonctions complétives, *Logique et analyse*, 61-62, 1973, pp. 143-220.

[4] HANSON, William H. — Semantics for deontic logic, *Logique et analyse,* 31, 1965, pp. 177-190.

[5] HUGHES, G.E. & CRESSWELL, M.-J. — *An introduction to modal logic,* Methuen, London, 1968, XII — 388 p.

[6] KALINOWSKI, Jerzy — Théorie des propositions normatives, *Studia logica,* 1, 1953, pp. 147-182; réédité dans G. KALINOWSKI — *Etudes de logique déontique I (1953-1969),* L.G.D.J., Paris, 1972, pp. 17-53.

[7] KRIPKE, Saul A. — Semantical analysis of modal logic I, Normal modal propositional calculi, *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik,* 9, 1963, pp. 67-96.

[8] WRIGHT, Georg Henrik von — An essay in deontic logic and the general theory of action, *Acta philosophica fennica,* Fasc. XXI, 1968, 110 p.

Université de Nantes Jean-Louis Gardies