INDICATIONS FORMELLES SUR LES SYLLOGISMES AVEC «CONTINGENT»

Gérold STAHL

1. *Introduction:* L'intention de cet article est de traiter formellement (en ayant recours à la logique mathématique) un grand nombre de syllogismes traditionnels avec «contingent». L'exposé suit pratiquement [5] (voir bibliographie); sont maintenues aussi les restrictions de [5], de façon que ni les syllogismes avec phrases singulières ni les syllogismes justifiés par conversion *per accidens* ne seront traités. En ce qui concerne les termes modaux il faut distinguer entre «possible» (la possibilité unilatérale d'Aristote), c'est-à-dire «non nécessairement non», et «contingent» (la possibilité bilatérale d'Aristote), c'est-à-dire «possible et possiblement non» ou «ni nécessaire ni impossible». Ici «contingent» sera traité en combinaison avec les termes non modalisés et aussi avec les termes modaux principaux «possible», «nécessaire» et leurs négations. Peu de références seront faites au «non contingent».

Le langage symbolique sera celui de [5]; il ne sera pas présenté de nouveau, pas plus que les résultats de l'article mentionné.

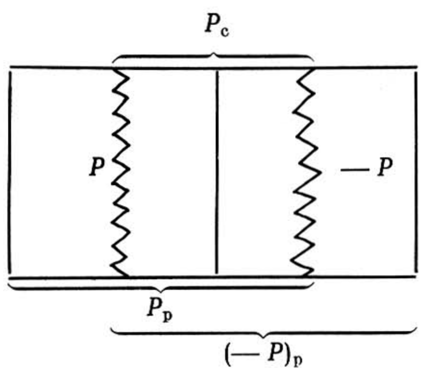
En section 2 les phrases modales *de re* avec «contingent» seront traitées et, en section 3, les syllogismes *de re* avec «contingent». Quelques uns, qui pour des raisons formelles ou historiques peuvent être considérés comme les plus intéressants, seront indiqués explicitement. La contingence *de dicto* et les syllogismes correspondants seront présentés dans les sections 4 et 5. Tout cet appareil technique sera appliqué ensuite aux syllogismes avec «contingent» d'Aristote (section 6) et de Occam (section 7).

2. *Prases modales de re avec «contingent»:* Dans [5] nous avons vu les classes P, P_p et P_n, c'est-à-dire la classe de ceux qui satisfont P, qui satisfont possiblement P et qui satisfont nécessairement P. Ont également été indiquées les classes $-P_p$, $(-P)_p$ etc. Maintenant le terme «P_c» («contingent P»,

«ceux qui satisfont P contingemment») sera introduit par définition:

$$P_c =_{df} P_p \cap (-P)_p$$

Une représentation graphique de la classe P_c est:



Par transformations logiques simples on obtient:

$$P_c = (-P)_c \tag{1}$$

c'est-à-dire, contingent P est égal à contingent non-P. De façon analogue on a aussi:

$$-P_c = -(-P_c) = P_n \cup (-P)_n \tag{2}$$

On démontre sans difficulté:

$$P_c \subset P_p \tag{3}$$
$$P_c \subset (-P)_p \tag{4}$$

Selon (2), *non contingent P* est égal à *nécessairement P ou nécessairement non-P*. Selon (3) et (4) P_c est une sous-classe (pas nécessairement propre) de P_p et aussi de $(-P)_p$ Il n'existe pas en général des relations de sous-classe entre P_c d'un côté et P ou P_n de l'autre.

Par rapport aux phrases «A» (de type «$S \subset P$») nous avons 16 cas, selon que les termes «S» et «P» ont l'indice «n», sont sans indice (ce qui correspond à «actuellement») ou ont l'indice «p» ou «c» [1]:

$S_n \subset P_n$	$(\widehat{nn})$	A_{nn}
$S \subset P_n$	$(\widehat{an})$	A_{an}
$S_p \subset P_n$	$(\widehat{pn})$	A_{pn}
$S_c \subset P_n$	$(\widehat{cn})$	A_{cn}
$S_n \subset P$	$(\widehat{na})$	A_{na}
$S \subset P$	$(\widehat{aa})$	A_{aa}
$S_p \subset P$	$(\widehat{pa})$	A_{pa}
$S_c \subset P$	$(\widehat{ca})$	A_{ca}
$S_n \subset P_p$	$(\widehat{np})$	A_{np}
$S \subset P_p$	$(\widehat{ap})$	A_{ap}
$S_p \subset P_p$	$(\widehat{pp})$	A_{pp}
$S_c \subset P_p$	$(\widehat{cp})$	A_{cp}
$S_n \subset P_c$	$(\widehat{nc})$	A_{nc}
$S \subset P_c$	$(\widehat{ac})$	A_{ac}
$S_p \subset P_c$	$(\widehat{pc})$	A_{pc}
$S_c \subset P_c$	$(\widehat{cc})$	A_{cc}

Les mêmes 16 cas existent par rapport à «E» («$S \subset — P$»), «I» («E ! $S \cap P$») et «O» («E ! $S \cap — P$»). Comme on l'a indiqué dans l'introduction, les phrases avec «$— P_c$» (c'est-à-dire avec «$P_n \cup (— P)_n$», qu'il ne faut pas confondre avec «$(— P)_c$»), ne seront pas traités ici en détail, tandis que «$(— P)_c$» ne présente pas de problème spécial. Selon [5] les phrases avec «$— P_p$» et «$— P_n$» sont réduites à des phrases avec «$(— P)_n$» et «$(— P)_p$» par les théorèmes de la négation modale. Ainsi, pour donner des examples, «E_{np}» est «$S_n \subset (— P)_p$» et «O_{pp}» est «E ! $S_p \cap (— P)_p$». De façon analogue «O_{pc}» est traitée comme «E ! $S_p \cap (— P)_c$» et non comme «E ! $S_p \cap — P_c$».

[1] Dans [5] on avait les chiffres de «1» à «9» au lieu de «$\widehat{nn}$», «$\widehat{an}$», «$\widehat{pn}$», «$\widehat{na}$», «$\widehat{aa}$», «$\widehat{pa}$», «$\widehat{np}$», «$\widehat{ap}$» et «$\widehat{pp}$».

Quelque soit l'indice de «S» (dans ce cas nous écrirons «S_i»), il y a, selon le théorème (3), pour toutes les phrases «A» l'implication:

$$S_i \subset P_c \supset S_i \subset P_p \tag{5}$$

De la même façon on obtient pour les phrases «E», «I» et «O»:

$$S_i \subset (-P)_c \supset S_i \subset (-P)_p \tag{6}$$
$$\mathrm{E}\,!\,S_i \cap P_c \supset \mathrm{E}\,!\,S_i \cap P_p \tag{7}$$
$$\mathrm{E}\,!\,S_i \cap (-P)_c \supset \mathrm{E}\,!\,S_i \cap (-P)_p \tag{8}$$

Hors de ces quatre théorèmes de descente par rapport aux deuxièmes termes des phrases, (3) permet de justifier aussi quelques théorèmes d'ascension (comme «$S_p \subset P_i \supset S_c \subset P_i$») et de descente par rapport aux premiers termes (comme «$\mathrm{E}\,!\,S_c \cap P_i \supset \mathrm{E}\,!\,S_p \cap P_i$»).

La conversion des phrases «E» avec «contingent» («$S_i \subset (-P)_c$») ne peut pas se faire. Cependant la conversion des phrases «I» est possible, et même sans changement du caractère modal si «S» et «P» ont l'indice «c»:

$$\mathrm{E}\,!\,S_c \cap P_c \equiv \mathrm{E}\,!\,P_c \cap S_c \tag{9}$$

Pour «contingent» il y a en plus une conversion très spéciale qu'on appelle habituellement «conversion complémentaire». Elle se justifie par le théorème (1) et est de la forme:

$$S_i \subset P_c \equiv S_i \subset (-P)_c \tag{10}$$
$$\mathrm{E}\,!\,S_i \cap P_c \equiv \mathrm{E}\,!\,S_i \cap (-P)_c \tag{11}$$

c'est-à-dire, avec «contingent» appliqué aux prédicats, les phrases «A» sont équivalents aux phrases «E» et les phrases «I» aux phrases «O».

Si l'on combine la conversion complémentaire avec la conversion des phrases «I» on obtient aussi la conversion pour les phrases «O»:

$\mathrm{E} ! S_c \cap (- P)_c$	
$\equiv \mathrm{E} ! S_c \cap P_c$	(conversion complémentaire)
$\equiv \mathrm{E} ! P_c \cap S_c$	(conversion «I»)
$\equiv \mathrm{E} ! P_c \cap (- S)_c$	(conversion complémentaire)

3. *Syllogismes de re avec «contingent»:* Pour commencer considérons les syllogismes avec «nécessaire», «actuel», «possible», «contingent» (et occasionellement «non contingent») qu'on peut former à partir des syllogismes catégoriques par substitution.

Pour chaque syllogisme catégorique sans phrase négative nous avons 64 possibilités (4 possibilités pour «S» qui sont «S_n», «S_p», «S» et «S_c»; pour chaque possibilité de «S» 4 possibilités pour «M»; pour chacune des 16 combinaisons 4 possibilités pour «P»).

Par rapport aux syllogismes avec des phrases négatives on fait les mêmes substitutions de «S_n» et «S_p» (et trivialement aussi de «S») pour remplacer ensuite «$- S_n$» par «$(- S)_p$» et «$- S_p$» par «$(- S)_n$», selon les théorèmes de la négation modale. Dans le cas de la contingence, si «S» apparaît au moins une fois affirmée on introduit par substitution «S_c» (on obtient alors quelquefois «$- S_c$», «non contingent»). Exactement le même procédé général s'applique à «M» et «P». Si «M» (ou «P») apparaît les deux fois niées on introduit par substitution «$- (- M)_c$», ce qui dans les occurences niées donne «$- - (- M)_c$» c'est-à-dire «$(- M)_c$».

Le nombre total des syllogismes qu'on peut former de cette façon et qui seront dénommés «syllogismes primaires», est $64 \times 15 = 960$. Dans [5] on trouve une liste complète de ceux d'entre eux qui ne contiennent pas «contingent» (ni «non contingent»); il y en a 405. Le présent article n'indiquera pas les autres 555 mais seulement 64 (16 formes, chacune applicable à 4 syllogismes d'une figure déterminée), qu'on pourrait considérer comme les plus intéressants, spécialement si l'on s'occupe de la syllogistique traditionnelle.

A part les 64 syllogismes primaires («prim»), 88 syllogismes (22 formes) avec «contingent» seront indiqués qui sans être primaires peuvent être justifiés en partant des primaires:

(i) soit par les théorèmes (5) à (8) (de «contingent» à «possible») appliqués à la conclusion d'un syllogisme déjà justifié du même groupe et de la même figure.

(ii) soit par des théorèmes analogues (la descente interne de [5]) de «nécessaire» à «actuel» ou «possible» et de «actuel» à «possible», appliqués à la conclusion d'un syllogisme déjà justifié du même groupe et de la même figure,

(iii) soit par des procédés spéciaux: (1*) par l'ascension appliquée à la première prémisse des syllogismes primaires $\widehat{nc}\widehat{an}\widehat{ac}$ de figure I, (2*) par la descente appliquée à la deuxième prémisse des syllogismes primaires $\widehat{an}\widehat{ap}\widehat{aa}$ de figure II (285 de [5]), (3*) par la descente appliquée à la première prémisse des syllogismes primaires $\widehat{ap}\widehat{an}\widehat{aa}$ de figure II (825 de [5]) et (4*) par la descente par rapport aux premiers termes, appliquée à la conclusion des syllogismes primaires $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{nc}$ de figure III.

De façon libre nous appelons une phrase *de re* «contingente» (ou «C») si (sans considérer le sujet) le prédicat est de la forme «P_c» ou «$(-P)_c$» et nous procédons d'une façon analogue avec les termes «nécessaire», «actuel» et «possible» («N», «A» et «P»). Avec cela on peut classer les syllogismes qui nous intéressent ici en quatre groupes: (a) ceux avec deux prémisses C, (b) ceux avec une prémisse C et une prémisse A, (c) ceux avec une prémisse C et une prémisse N et (d) ceux avec une prémisse C et une prémisse P. «I», «II» et «III» indiquent les figures correspondantes, la figure IV ne contient pas de syllogismes *de re* avec «contingent» qui soient très intéressants.

Ainsi nous avons le schéma suivant:

	I	II	III
(a)	$\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$ (prim)		$\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$ (prim)
	$\widehat{cc}\widehat{ac}\widehat{ac}$ (prim)		$\widehat{ac}\widehat{ac}\widehat{cc}$ (prim)
	$\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cp}$ (i)		$\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cp}$ (i)
	$\widehat{cc}\widehat{ac}\widehat{ap}$ (i)		$\widehat{ac}\widehat{ac}\widehat{cp}$ (i)
(b)	$\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$ (prim)		$\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$ (prim)
	$\widehat{ca}\widehat{ac}\widehat{aa}$ (prim)		$\widehat{aa}\widehat{ac}\widehat{ca}$ (prim)

	I	II	III
	$\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ap}$ (i)		$\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ap}$ (i)
	$\widehat{ca}\widehat{ac}\widehat{ap}$ (ii)		$\widehat{aa}\widehat{ac}\widehat{cp}$ (ii)
(c)	$\widehat{cn}\widehat{ac}\widehat{an}$ (prim)	$\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{aa}$ (2*)	$\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{cn}$ (prim)
	$\widehat{nc}\widehat{an}\widehat{ac}$ (prim)	$\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{ap}$ (ii)	$\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{nc}$ (prim)
	$\widehat{cn}\widehat{ac}\widehat{aa}$ (ii)	$\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{aa}$ (3*)	$\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{ca}$ (ii)
	$\widehat{cn}\widehat{ac}\widehat{ap}$ (ii)	$\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ap}$ (ii)	$\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{cp}$ (ii)
	$\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$ (1*)		$\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$ (4*)
	$\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ap}$ (i)		$\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ap}$ (i)
(d)	$\widehat{cp}\widehat{ac}\widehat{ap}$ (prim)		$\widehat{ap}\widehat{ac}\widehat{cp}$ (prim)
	$\widehat{pc}\widehat{ap}\widehat{ac}$ (prim)		$\widehat{ac}\widehat{ap}\widehat{pc}$ (prim)
	$\widehat{pc}\widehat{ap}\widehat{ap}$ (i)		$\widehat{ac}\widehat{ap}\widehat{pp}$ (i)

Pour chaque syllogisme de la figure I on a de cette façon: Barbara $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$, Barbara $\widehat{cc}\widehat{ac}\widehat{ac}$, etc. Pour chaque syllogisme de figure II, par exemple Cesare, on a: Cesare $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{aa}$, etc. On procède d'une façon analogue pour les syllogismes de figure III.

Aux syllogismes qu'on peut former de la façon indiquée, il faut ajouter encore ceux qu'on peut obtenir (à partir des syllogismes antérieurement mentionnés) par conversion complémentaire. Grace aux théorèmes (10) et (11) il existe une phrase équivalente à chaque prémisse ou conclusion dans laquelle le prédicat a l'indice «c»; en plaçant cette phrase équivalente au lieu de l'originale on obtient fréquemment un nouveau syllogisme, qui sera dénommé ici «syllogisme complémentaire».

Pour symboliser les syllogismes complémentaires nous faisons les conventions suivantes: (i) Si une phrase «A» est transformée en «E» nous écrirons «a°», si «E» est transformée en «A» nous écrirons «e°», si «i» est transformée en «O» nous écrirons «i°» et si «O» est transformée en «I» nous écrirons «o°». Par exemple «Ba°rba°ra $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$» (au fond c'est «Berbera $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$») symbolise le syllogisme qu'on obtient de Barbara $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$ en appliquant la conversion complémentaire aux deux prémisses. (ii) On n'obtient pas toujours un nouveau syllogisme par conversion complémentaire, par exemple Ba°rbara° $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$ est identique à Celarent $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$. Dans ce cas on n'utilise pas la symbolisation avec «^{o}» mais la symbolisation originale (c'est-à-dire «Celarent $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$»). (iii) Quelquefois prenant comme point de départ des syllogismes différents on arrive aux mêmes syllogismes complémentaires, par exemple Ba^{o}rbara $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$ est identique à Celare^{o}nt $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$. Dans ce cas la préférence est donnée à la symbolisation alphabétique antérieure, c'est-à-dire on écrira «Ba^{o}rbara $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$» et non «Celare^{o}nt $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$».

Avec les trois conventions il y a une symbolisation unique pour chaque syllogisme complémentaire. Par exemple les syllogismes complémentaires $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$ de figure I sont: Ba^{o}rbara, Barba^{o}ra, Barbara^{o}, Ba^{o}rba^{o}ra, Barba^{o}ra^{o}, Ba^{o}ba^{o}ra^{o}, Da^{o}rii, Dari^{o}i, Darii^{o}, Da^{o}ri^{o}i, Dari^{o}i^{o}, Da^{o}ri^{o}i^{o}. Pour donner un autre exemple, les syllogismes complémentaires $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{aa}$ de figure II sont: Ba^{o}roco, Ca^{o}mestres, Ce^{o}sare, Fe^{o}stino.

4. La contingence de dicto: D'une façon analogue à la définition *de re*, nous avons par rapport à la classe V des phrases vraies:

$$V_c =_{df} V_p \cap (-V)_p$$

d'où, selon transformations logiques:

$$V_c s \equiv (V_p s \,.\, (cV)_p s) \tag{12}$$

Une phrase s est contingemment vraie si et seulement si elle est possiblement vraie et possiblement fausse («(cV)» symbolise la classe des phrases fausses).

Selon les théorèmes AT2 et T4 de [4] on a:

$$V_p s \equiv (cV)_p < \text{neg } s > \tag{13a}$$
$$(cV)_p s \equiv V_p < \text{neg } s > \tag{13b}$$

d'où selon le théorème (12):

$$V_c s \equiv V_c < \text{neg } s > \tag{14}$$

Si et seulement si la phrase s est contingemment vraie sa négation est aussi contingemment vraie, un résultat qui correspond parfaitement à l'idée de la contingence.

D'une façon analogue aux théorèmes (3) et (4) on a:

$$V_c s \supset V_p s \tag{15}$$
$$V_c s \supset (\mathrm{c}V)_p s \tag{16}$$

Il y a non seulement des règles de l'équivalence pour V, V_n et V_p (section 4 de [5]), mais aussi pour V_c : Si «$V_c s$» et «$V_n < s \text{ eq } t >$» alors «$V_c t$» [2].

Grace à la règle de la nécessitation (section 4 de [5]) les équivalences qui correspondent à la conversion de «E» et «I» (non modalisées) sont des vérités nécessaires:

V_n «$S \subset - P \equiv P \subset - S$»
V_n «$\mathrm{E}\,!\, S \cap P \equiv \mathrm{E}\,!\, P \cap S$»

Supposons que nous ayons de plus:

V_c «$S \subset - P$»

alors selon la règle de l'équivalence pour V_c:

V_c «$P \subset - S$»

D'une façon analogue en partant de:

V_c «$\mathrm{E}\,!\, S \cap P$»

on obtient:

V_c «$\mathrm{E}\,!\, P \cap S$»

[2] Pour justifier cette règle on a besoin des implications suivantes, qu'on démontre par transformations logiques élémentaires et en utilisant T29 et T28 de [4] («$V_n < s \text{ imp } t > \supset (V_p s \supset V_p t)$») et la définition de «$V_c$»:

$V_n < s \text{ eq } t >$
$\supset (V_n < s \text{ imp } t > . V_n < t \text{ imp } s >)$
$\supset ((V_p s \supset V_p t) . (V_p t \supset V_p s))$
$\supset ((V_p s . \sim V_p s) \supset (V_p t . \sim V_p t))$
$\supset (V_c s \supset V_c t)$

Ainsi, contrairement à la situation *de re, nous* avons *de dicto* toujours la conversion de «E» et de «I» par rapport à V_c.

De plus, grace au théorème (14), nous avons un autre type de «conversion» qu'on pourrait appeler «conversion antagonique»:

$$V_c \text{«A»} \equiv V_c \text{«O»}$$
$$V_c \text{«E»} \equiv V_c \text{«I»}$$

Quoique cette conversion *de dicto* a la même origine (la définition de «contingent») que la conversion complémentaire *de re,* elle est tout à fait différente de cette dernière (c'était une conversion entre «A» et «E» et entre «I» et «O»).

De dicto il n'y a rien d'analogue à la conversion pour les phrases *de re* «O», justifiée à la fin de la section 2.

5. *Les syllogismes modaux de dicto avec «contingent»:* Pour chacun des 15 syllogismes catégoriques on peut démontrer deux syllogismes modaux *de dicto* avec «contingent»:

$$\begin{array}{c} ncp \\ V_n s_1 \\ V_c s_2 \\ \hline V_p t \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} cnp \\ V_c s_1 \\ V_n s_2 \\ \hline V_p t \end{array}$$

Le point de départ de la démonstration est constitué par les syllogismes *de dicto npp* et *pnp;* par rapport aux prémisses *p* on applique simplement le théorème (15).

Grace à la conversion antagonique on a encore pour chaque syllogisme *de dicto* avec «contingent» un autre syllogisme, appelé «syllogisme antagonique». Par exemple an partant de Barbara *cnp* on peut former Ba¯rbara *cnp* (c'est-à-dire «Borbara *cnp*»), si l'on remplace V_c«A» par la phrase V_c«O» correspondante. Nous écrirons «a¯» si V_c«A» est transformée en V_c«O», «o¯» si V_c«O» est transformé en V_c«A», etc. Pour donner un autre exemple, en partant de Festino *ncp* on peut former Festi¯no *ncp* (c'est-à-dire «Festeno *ncp*»).

Ainsi nous avons 30 syllogismes *de dicto* originaux avec «contingent» et 30 syllogismes antagoniques formés à partir des premiers.

Par des contre-exemples on démontre qu'il n'y a pas d'autres types de syllogismes *de dicto* avec «contingent». Ici trois contre-exemples seront indiqués, deux par rapport à Barbara *ccc* (!) (un contre-exemple symbolique et un adapté au point de vue traditionnel) et un par rapport à Baroco *ccp* (!). Dans tous ces contre-exemples, les prémisses sont bien acceptables, tandis que les conclusions ne le sont pas. Ainsi, nous avons:

(a) V_c«$M \subset P$»
V_c«$P \subset M$»
―――――――――
V_c«$P \subset P$»

(b) V_c «Tous les bipèdes sans plumes sont des animaux rationnels
V_c Tous les hommes sont des bipèdes sans plumes»
―――――――――
V_c «Tous les hommes sont des animaux rationnels»

(c) V_c«$P \subset M$»
V_c«E ! $P \cap -M$»
―――――――――
V_p«E ! $P \cap -P$»

Dans les contre-exemples (a) et (b) «$P \subset P$» et «Tous les hommes sont des animaux rationnels» sont V_n, de façon que les conclusions de type V_c sont fausses, quoique les prémisses soient vraies. Dans (c) «E ! $P \cap -P$», qui correspond à la négation d'un théorème du système fonctionnel élémentaire, n'est pas possiblement vraie mais nécessairement fausse.

Une des raisons pour lesquelles on a aussi peu de syllogismes *de dicto* avec «contingent» est sans doute qu'on n'a pas quelque chose d'analogue au lemme 2 de [5] pour «contingent»; c'est-à-dire, tandis qu'à partir de «V_n<s imp t>» on obtient «$V_n s \supset V_n t$» et «$V_p s \supset V_p t$», on n'obtient pas «$V_c s \supset V_c t$» (cette dernière implication peut s'obtenir seulement à partir de «V_n<s eq $\underline{t}$>»).

Les syllogismes combinés avec des composants aussi bien *de re* que *de dicto* (section 7 de [5]) et les syllogismes dans lesquels apparaissent des phrases avec superpositions de modalités (section 8 de [5]), ne sont pas traités ici par rapport à «contingent». Ils ont très peu d'importance dans les textes traditionnels, quoique dans Occam on peut trouver au moins les premiers.

6. *Les syllogismes d'Aristote avec «contingent»:* Toutes les considérations faites dans [5] sur la syllogistique modale d'Aristote peuvent s'étendre sans difficulté aux syllogismes avec «contingent». Ainsi le traitement de ces derniers peut s'expliquer plutôt par un mélange *de re — de dicto;* le traitement fondamental est *de re,* spécialement celui des syllogismes de figure I et aussi l'utilisation de la conversion complémentaire, tandis que la conversion est traitée principalement *de dcto.*

Aristote accepte (chap. 4 de «Les premiers analytiques») la conversion des phrases «I» pour «possible» et «contingent», qui est justifiée *de dicto* (pour «possible» voir [5]), tandis que *de re* on a cette conversion (sans changement du caractère modal) seulement dans les cas spéciaux où le sujet a aussi l'indice «c» ou «p», comme:

$\mathrm{E}\,!\,S_c \cap P_c \equiv \mathrm{E}\,!\,P_c \cap S_c$ (théorème (9))

$\mathrm{E}\,!\,S_p \cap P_p \equiv \mathrm{E}\,!\,P_p \cap S_p$ (voir [5])

si non le caractère modal de la phrase est changé, par exemple dans:

$$\mathrm{E}\,!\,S \cap P_c \equiv \mathrm{E}\,!\,P_c \cap S$$

une phrase C est transformée en phrase A.

De plus Aristote accepte la conversion de «E» pour «possible», mais non pour «contingent». Selon le traitement formel présenté ici, les deux types de conversion sont justifiés *de dicto,* aucun des deux n'est justifiable *de re.* Aristote refuse la conversion de «E» pour «contingent», parce que combinée avec la conversion complémentaire «A» — «E» (acceptée par lui comme aussi «I» — «O») on obtiendrait la conversion de «A» (à partir de «A» on obtient par conversion complémentaire «E», d'où par conversion «E» convertie, d'où par conversion complémentaire «A» convertie), un résultat qu'Aristote veut éviter à tout prix. Dans le traitement formel on ne peut pas obtenir ce résultat, parce que la conversion complémentaire est *de re* et la conversion est *de dicto*, de façon que les deux ne peuvent pas être combinées (à partir de «$S \subset P_c$» on obtient «$S \subset (-P)_c$», mais pour la conversion de «E» on a besoin de : V_c«$S \subset -P$»).

Un point très important dans la syllogistique avec «contingent» est mentionné dans chap. 13; selon Aristote «pour B, être contingemment A» peut signifier «est contingemment A ce dont B est affirmé» ou «est contingemment A ce dont B est contingemment affirmé». Interprétée *de re* («B» correspond à «S» et «A» à «P») cela pourrait dire qu'Aristote accepte non seulement les phrases $\widehat{ac}$ mais aussi $\widehat{cc}$ (comme par exemple «$S_c \subset P_c$»). Accepterait-il même $\widehat{cp}$, $\widehat{ca}$ et $\widehat{cn}$? Par rapport à $\widehat{ca}$, Aristote voit au moins (chap. 15) qu'une prémisse $\widehat{aa}$ a besoin de modifications afin d'éviter des contre-exemples.

En acceptant les phrases $\widehat{cc}$, $\widehat{cp}$, $\widehat{ca}$ et $\widehat{cn}$ on pourrait de nouveau, comme dans [5] réduire tous les syllogismes non justifiables d'Aristote à une seule erreur de base, l'application de la conversion *de dicto* de «E» et «I» à des phrases modales *de re* (par rapport à «E» Aristote ne convertit pas $\widehat{ac}$, comme nous l'avons vu, mais il convertit $\widehat{ap}$ et spécialement $\widehat{ca}$, tandis que seulement les phrases «A» de la forme $\widehat{aa}$ sont convertibles *de re*, sans changement du caractère modal).

De même que pour les syllogismes catégoriques, Aristote utilise aussi dans la démonstration des syllogismes avec «contingent» la réduction à l'absurde. Ce procédé est justifié formellement par le fait que «$(s_1 . s_2) \supset t$» est équivalente à «$(s_1 . \sim t) \supset \sim s_2$ et aussi à «$(\sim t . s_2) \supset \sim s_1$»; si, dans un cas concret, on veut démontrer la deuxième ou la troisième expression on peut avoir recours à la première si cette expression est déjà démontrée (ou acceptée). Par exemple si l'on a Darii *CAC* (traité comme implication):

$$\begin{array}{l} M \subset P_c \\ \mathrm{E}!\, S \cap M \\ \hline \mathrm{E}!\, S \cap P_c \end{array}$$

on obtient grâce à l'équivalence:

$$\frac{\begin{array}{l} M \subset P_c \\ \sim E!S \cap P_c \end{array}}{\sim E!S \cap M} \qquad \frac{\begin{array}{l} M \subset P_c \\ S \subset -P_c \end{array}}{S \subset -M}$$

En utilisant le fait que «$S \subset (-P)_n$» implique «$S \subset -P_c$» et en échangeant ensuite les lettres «M» et «P», on obtient alors Camestres CNA:

$$\frac{\begin{array}{l} M \subset P_c \\ S \subset (-P)_n \end{array}}{S \subset -M} \qquad \frac{\begin{array}{l} P \subset M_c \\ S \subset (-M)_n \end{array}}{S \subset -P}$$

Aristote n'utilise pas ce procédé *déductivement* mais *réductivement*, ce qui signifie un changement de l'ordre.

Dans la justification de la plupart des syllogismes de figure I avec les prémisses AC, Aristote combine le procédé de la réduction à l'absurde avec un résultat logique *de dicto* aussi justifiable (si «$V_n < s$ imp $t >$» alors «$V_p s$» implique «$V_p t$», où s ou t peuvent être fausses mais ne sont pas impossibles). Seulement la façon dont Aristote fait cette combinaison est ouverte à la critique, parce que d'un côté il utilise des déductions injustifiables (par exemple on n'a pas: si «$V_n < (s_1$ conj $s_2)$ imp $t >$» alors «$V_p s_1$» et «$V_p s_2$» impliquent «$V_p t$», voir section 5 de [5]) et de l'autre côté il présente une confusion *de re — de dicto* par rapport aux termes «impossible» et «contingent» (par exemple, V_c«$S \subset P$» est différent de «$S \subset P_c$»). Néanmoins tous les syllogismes justifiés par cette combinaison peuvent être démontrés d'une autre façon (voir section 3).

Donnons maintenant un résumé de la syllogistique aristotélicienne avec «contingent». Les syllogismes mentionnés se trouvent dans «Les premiers analytiques» I de chap. 14, 32b, 38 à chap. 22, 40b, 16 (ici les signes «C», «N» «A» et «P» sont utilisés comme en section 3 et le point de départ est toujours constitué par les syllogismes catégoriques). Après le résumé, un schéma général sera présenté qui d'un côté indique les syllogismcs d'Aristote avec «contingent» et d'autre les syllogismes *de re* correspondants justifiés dans section 3 (s'il y en a). Les syllogismes *de dicto* (tous de la forme *ncp* ou *cnp*) ne seront pas indiqués dans le schéma; les syllogismes d'Aristote qui n'ont pas une justification formelle *de re* n'ont non plus une justification formelle *de dicto*.

Chap. 14: Aristote traite ici les syllogismes avec deux prémisses *C* et une conclusion *C* de figure I. Les quatre syllogismes de ce type sont acceptés (pour Aristote ils n'ont pas besoin d'une démonstration). De plus certains syllogismes complémentaires du même type sont justifiés (Barba^{o}ra *CCC*, Ba^{o}rba^{o}ra *CCC*, Dari^{o}i *CCC*).

Chap. 15: Les syllogismes de figure I de la forme *CAC* sont acceptés sans démonstration, tandis que les syllogismes de la même figure et de la forme *ACP* sont justifiés par réduction à l'absurde. De plus sont mentionnés les syllogismes complémentaires: Barba^{o}ra *ACP*, Cela^{o}rent *ACP*, Dari^{o}i *ACP* et Feri^{o}o *ACP*.

Chap. 16: Les syllogismes de figure I de la forme *CNC* sont acceptés sans démonstration. De plus, avec la première prémisse *N* et la deuxième *C*, il a la conclusion P si la prémisse *N* est affirmative et il a la conclusion *A* (et aussi *P*) si la prémisse *N* est négative; tous ces syllogismes sont justifiés par réduction à l'absurde. Barba^{o}ra *NCP* est mentionné comme syllogisme complémentaire.

Au chap. 17 aucun syllogisme n'est accepté; au contraire, un grand nombre est réfuté ([3]).

Chap. 18: Par conversion sont justifiés, dans la figure II, Cesare *ACP*, Camestres *CAP*, Festino *ACP* et par conversion complémentaire Cesa^{o}re *ACP*, Ca^{o}mestres *CAP* et Festi^{o}no *ACP*. Aucun de ces syllogismes n'est justifiable dans le traitement présenté ici.

Chap 19: Par conversion et réduction à l'absurde sont justifiés Cesare *NCA* (et *NCP*), Camestres *CNA* (et *CNP*) et Festino *NCA* (et *NCP*). Complémentaires mentionnés: Cesa^{o}re *NCA*, Ca^{o}mestres *CNA* et Festi^{o}no *NCA*.

([3]) Quelques réfutations d'Aristote sont traitées à la fin de cette section.

Chap. 20: Par rapport aux syllogismes de figure III considérés ici, il a par conversion toujours *CCC*, à l'exception de Bocardo (il y avait, dans le passé, des discussions autour du fait que Bocardo *CCC*, tout à fait valide, n'est pas traité par Aristote). Complémentaires mentionnés: Da$^{\circ}$ti$^{\circ}$si *CCC* et Boca$^{\circ}$rdo$^{\circ}$ *CCC* (Aristote démontre ce dernier syllogisme en partant de Disamis, ce qui est aussi correct).

Chap. 21: Par conversion et réduction à l'absurde sont justifiés Disamis *CAP* et *ACC* (ce dernier n'est pas justifiable dans le traitement présenté ici, seulement Disamis *ACP*), Datisi *CAC* et *ACP*, Ferison *CAC* et *ACP* et Bocardo *CAP*. Disa$^{\circ}$mis *ACC* (non justifiable, seulement *ACP*) est mentionné comme syllogisme complémentaire.

Chap. 22: Par conversion sont justifiés Disamis *CNP* et *NCC* (non justifiable, seulement *NCP*), Datisi *CNC* et *NCP* et Ferison *CNC* et *NCA* (et aussi *NCP*). Complémentaire mentionné: Disa$^{\circ}$mis *NCC* (non justifiable, seulement *NCP*).

Le schéma général est:

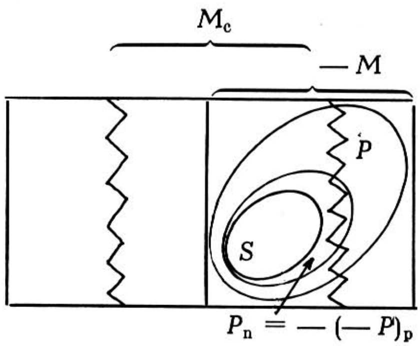
	Aristote	traitement *de re*
I	Barbara *CCC*	Barbara $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$
	Celarent *CCC*	Celarent $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$
	Darii *CCC*	Darii $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$
	Ferio *CCC*	Ferio $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$
III	Datisi *CCC*	Datisi $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$
	Disamis *CCC*	Disamis $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$
	Ferison *CCC*	Ferison $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$
I	Barbara *CAC*	Barbara $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$
	Barbara *ACP*	Barbara $\widehat{ca}\widehat{ac}\widehat{ap}$
	Celarent *CAC*	Celarent $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$
	Celarent *ACP*	Celarent $\widehat{ca}\widehat{ac}\widehat{ap}$
	Darii *CAC*	Darii $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$
	Darii *ACP*	Darii $\widehat{ca}\widehat{ac}\widehat{ap}$
	Ferio *CAC*	Ferio $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$
	Ferio *ACP*	Ferio $\widehat{ca}\widehat{ac}\widehat{ap}$

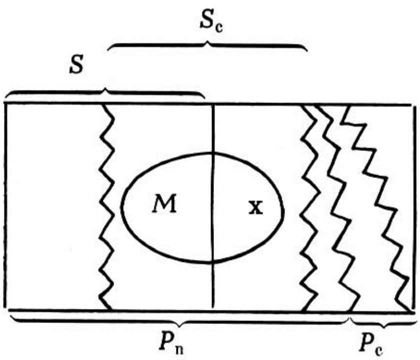
II	Camestres *CAP*	—
	Cesare *ACP*	—
	Festino *ACP*	—
III	Bocardo *CAP*	Bocardo $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ap}$
	Datisi *CAC*	Datisi $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$
	Datisi *ACP*	Datisi $\widehat{aa}\widehat{ac}\widehat{cp}$
	Disamis *CAP*	Disamis $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ap}$
	Disamis (*ACC*) *ACP*	Disamis $\widehat{aa}\widehat{ac}\widehat{cp}$
	Ferison *CAC*	Ferison $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$
	Ferison *ACP*	Ferison $\widehat{aa}\widehat{ac}\widehat{cp}$
I	Barbara *CNC*	Barbara $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$
	Barbara *NCP*	Barbara $\widehat{cn}\widehat{ac}\widehat{ap}$
	Celarent *CNC*	Celarent $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$
	Celarent *NCA*	Celarent $\widehat{cn}\widehat{ac}\widehat{aa}$
	Darii *CNC*	Darii $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$
	Darii *NCP*	Darii $\widehat{cn}\widehat{ac}\widehat{ap}$
	Ferio *CNC*	Ferio $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$
	Ferio *NCA*	Ferio $\widehat{cn}\widehat{ac}\widehat{aa}$
II	Camestres *CNA*	Camestres $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{aa}$
	Cesare *NCA*	Cesare $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{aa}$
	Festino *NCA*	Festino $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{aa}$
III	Datisi *CNC*	Datisi $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$
	Datisi *NCP*	Datisi $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{cp}$
	Disamis *CNP*	Disamis $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ap}$
	Disamis (*NCC*)*NCP*	Disamis $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{cp}$
	Ferison *CNC*	Ferison $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$
	Ferison *NCA*	Ferison $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{ca}$

Il est possible de traiter les syllogismes *CCC* de figure I aussi comme $\widehat{cc}\widehat{ac}\widehat{ac}$ (c'est le procédé de Becker [1]), mais dans ce cas on ne peut plus justifier les syllogismes *CCC* de figure III par conversion.

On peut se convaincre facilement que certains syllogismes aristotéliciens ne sont pas justifiables dans le traitement *de re* présenté ici. Cela se voit d'une façon simple avec les représentations graphiques. Comme contre-exemples pour Cesare

ACP (dans la forme $\widehat{a}\widehat{a}\widehat{ca}\widehat{p}$; on peut aussi donner des contre-exemples pour caacap, $\widehat{aa}\widehat{cc}\widehat{ap}$, etc.) et pour Disamis *NCC* (dans la forme $\widehat{a}n\widehat{ac}\widehat{ac}$) on a:





On n'obtient ni «$S \subset (-P)_p$» dans le premier contre-exemple, ni «E ! $S \cap P_c$» dans le deuxième.

Parmi les syllogismes aristotéliciens justifiables, beaucoup ont ici une justification différente de celle d'Aristote, ce qui est assez compréhensible si l'on considère les points de départ différents et (dans le traitement présenté ici, l'impossibilité d'avoir recours à la conversion au moins dans la plupart des cas). De plus il existe un certain nombre de syllogismes démontrables (voir spécialement le schéma de la section 3) qu'on ne trouve pas dans les travaux d'Aristote; quelques uns sont même explicitement exclus par lui, comme Barbara et Darii *NCN* (Aristote considère qu'il est évident, dans ces cas, que la conclusion ne peut pas être *N*), Cesare *CNA*, Camestres *NCA*, Baroco *NCA* et quelques complémentaires correspondants (dans tous ces cas il doit avoir, pour lui, des contre-exemples; il indique un seul pour Cesare *CNA*) (4) et finalement Ferison *NCN* (indiqué comme non valide sans démonstration).

7. *Les syllogismes d'Occam avec «contingent»:* Pour en donner un résumé (au moins de ceux qui sont traités ici, selon la section 1), il faut mentionner que le matériel se trouve dans les chapitres 26, 27, 28, 37, 38, 39, 47, 48, 49, 54, 55 et 56 du livre III de la «Summa Logicae». Dans les trois premiers chapitres Occam traite les syllogismes avec deux prémisses *C* (figure I, après figure II, après figure III), ensuite il analyse les syllogismes avec une prémisse *C* et une prémisse *A*, avec une prémisse *C* et une prémisse *N* et finalement avec une prémisse *C* et une prémisse *P*. Toujours il distingue clairement entre les syllogismes *de re, de dicto* (et combinés).

Par rapport aux phrases avec «contingent», il indique explicitement (livre II, chap. 27) la conversion *de dicto* pour «E» et «I» par rapport à V_c et la conversion *de re* pour «I» dans le cas spécial qui correspond au théorème (9). *De re* il utilise aussi la conversion «per oppositas qualitates», c'est-à-dire la conversion complémentaire (livre II, chap. 28), tandis que *de dicto* il n'a pas recours à la conversion antagonique et ne mentionne pas les syllogismes qu'on peut former grâce à elle.

Commençons maintenant avec ses syllogismes *de re*. Les phrases avec «contingent» qu'il considère principalement sont

(4) Avec *An* pour *être animal*, *Ev* pour *être* (animal) *éveillé* et *Mou* pour *être en mouvement*, on a selon Cesare *CNA:*

$$\frac{\begin{array}{c} An \subset (\text{-}Mou)_c \\ Ev \subset Mou_n \end{array}}{Ev \subset \text{-}An}$$

Contrairement à ce que dit Aristote, le syllogisme est tout à fait valide (on peut se convaincre de celà par une représentation graphique). L'aspect contradictoire de la conclusion est dû aux prémisses (si *certains* animaux sont Mou_n, *tous* ne peuvent pas être Mou_c ou $(\text{-}Mou)_c$).

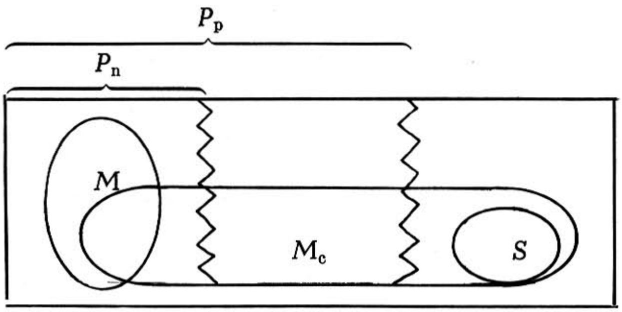
$\widehat{ac}$ et $\widehat{cc}$, mais il a aussi recours à $\widehat{ca}$, $\widehat{pc}$ et possiblement quelques autres formes. Avec deux prémisses C, il mentionne explicitement les syllogismes $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$ et $\widehat{cc}\widehat{ac}\widehat{ac}$ de figure I et les syllogismes $\widehat{cc}\widehat{cc}\widehat{cc}$ et $\widehat{ac}\widehat{ac}\widehat{cc}$ de figure III; avec une prémisse C et une prémisse A il mentionne les syllogismes $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$ et $\widehat{pc}\widehat{aa}\widehat{ac}$ (les derniers justifiables à partir des syllogismes primaires $\widehat{pc}\widehat{ap}\widehat{ac}$) de figure I et $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ac}$ (et $\widehat{ac}\widehat{aa}\widehat{ap}$) de figure III; avec une prémisse C et une prémisse N il mentionne les syllogismes $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$ et $\widehat{pc}\widehat{an}\widehat{ac}$ (les derniers justifiables à partir de $\widehat{pc}\widehat{ap}\widehat{ac}$) de figure I, $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{aa}$, $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{ap}$ $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{aa}$ et $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ap}$ de figure II et $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{pp}$ (justifiables à partir de $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{cp}$), $\widehat{ac}\widehat{an}\widehat{ac}$ et $\widehat{pc}\widehat{an}\widehat{ac}$ (la dernière forme à partir de l'antérieure, mais valide seulement pour Datisi et Férison) de figure III; finalement avec une prémisse C et une prémisse P, il mentionne les syllogismes $\widehat{pp}\widehat{ac}\widehat{ap}$ (justifiables à partir des syllogismes primaires $\widehat{pp}\widehat{ap}\widehat{ap}$), $\widehat{pp}\widehat{pc}\widehat{ap}$ (justifiables à partir de $\widehat{pp}\widehat{ac}\widehat{ap}$, mais cette forme est valide seulement pour Barbara et Celarent) et $\widehat{pc}\widehat{ap}\widehat{ac}$ de figure I. De plus il indique fréquemment la possibilité de former des syllogismes complémentaires.

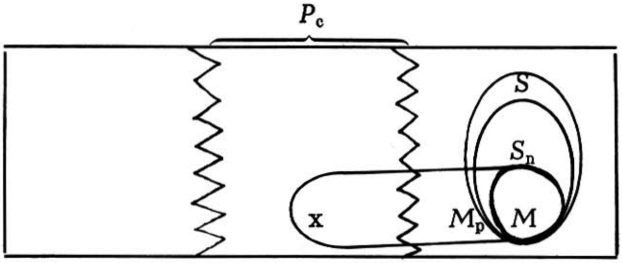
De dicto, Occam mentionne explicitement *ncp* et *cnp* pour toutes les figures et exclut des syllogismes comme *ccc*, *cac* (5), *acc* (5), *cnc* et *ncc*.

De cette façon il y a, *de dicto*, une coïncidence totale entre les syllogismes d'Occam et ceux justifiés ici formellement (hors des syllogismes antagoniques). *De re* la plupart des syllogismes présentés par lui (il ne donne pas une liste complète) sont justifiables ici, mais il y a quand même quelques uns qui ne le sont pas, comme $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{ap}$ (seulement $\widehat{cn}\widehat{ac}\widehat{ap}$) et Darii et Ferio $\widehat{pp}\widehat{pc}\widehat{ap}$ (seulement Barbara et Celarent) de figure I, Bocardo et Disamis $\widehat{pc}\widehat{an}\widehat{ac}$ (seulement Datisi et Ferison), $\widehat{pp}\widehat{pc}\widehat{ap}$ (seulement $\widehat{pp}\widehat{pc}\widehat{pp}$ justifiables à partir de $\widehat{pp}\widehat{pp}\widehat{pp}$) et $\widehat{pc}\widehat{pp}\widehat{ap}$ (seulement $\widehat{pc}\widehat{pp}\widehat{pp}$ justifiables à partir de $\widehat{pp}\widehat{pp}\widehat{pp}$), tous de figure III. Par des représentations graphiques on peut se convaincre qu'aucune des formes mentionnées n'est un syl-

(5) Il s'agit plutôt des cas combinés $c\hat{a}ac$ et $a\hat{a}cc$, voir section 11 de [5].

logisme valide selon le traitement formel présenté ici, par exemple pour Barbara $\widehat{an}\widehat{ac}\widehat{ap}$ et pour Disamis $\widehat{pc}\widehat{an}\widehat{ac}$ on aurait:





Dans le premier cas S n'est pas toujours une sous-classe de P_p, dans le deuxième on n'a pas toujours une intersection non vide entre S et P_c.

CNRS, Paris Gérold Stahl

BIBLIOGRAPHIE

(une bibliographie détaillée est présentée en [5])

[1] BECKER, A., *Die aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse,* Berlin 1933.

[2] STAHL, G., *General Considerations about Modal Sentences,* Zeitschr. f. math. Logik u. Grundl. d. Math., Berlin, 1959, vol 5, N° 3-4, pp 280-290.

[3] ———, *Termes temporels dans des systèmes fonctionnels,* Revue philosophique de la France et de l'étranger, Paris, 1974, N° 3, pp. 293-303.

[4] ———, *Quelques relations entre temporalité de re et temporalité de dicto et leur extension aux modalités,* Revue philosophique de la France et de l'étranger, Paris, 1976, N° 2, pp. 165-178.

[5] ———, *Une formalisation de quelques syllogismes modaux,* Logique et analyse, Louvain, 1976, N° 74-76, pp. 175-217.