

LA FORMALISATION DE «EXISTE»

Henri SARLET

Depuis vingt ans les tentatives d'élaborer une «logique de l'existence» se succèdent; ces recherches sont connues, et de ce fait il ne nous paraît pas utile de revenir sur les résultats obtenus ⁽¹⁾. La complétude des différents systèmes de *free logic* ⁽²⁾, les rapports de ces derniers avec les *inclusive logics* ⁽³⁾, le grand nombre d'articles consacrés à ce sujet montrent à suffisance l'attention dont ces «logiques de l'existence» ont fait l'objet durant ces vingt ans.

Cependant, les préoccupations philosophiques liées à l'élaboration de ces systèmes semblent être passées imperceptiblement à l'arrière-plan. L'importance philosophique d'une formalisation d'«existe», néanmoins, va sans dire, puisque une logique permettant de formaliser ce verbe devient un outil philosophique incomparable.

Pour le philosophe, la définition même d'«existe» au sein du système formalisé est d'un intérêt capital. Or cette définition n'est peut-être pas aussi satisfaisante qu'il n'y paraît.

(1) Pour une bibliographie vide SARLET, H., *La notion d'existence en Logique formelle contemporaine*, stencil, Université de Liège 1974; SCHOCK, R., *Logic without existence assumptions*, Almqvist & Wiksell, Stockholm 1968; GOMBOCZ, W., *Über EI*, Publications de l'Université de Graz, Verband der Wissenschaftlichen Gesellschaften Österreichs, Vienne 1974.

(2) Prouvée entre autres, par VAN FRAASSEN, B., 'The completeness of free logic', *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* 12 (1966), 219-234.

(3) Une *inclusive logic* est une logique valide pour l'univers vide. Vide, sur ces logiques, GOE, G., 'A reconstruction of formal logic', *Notre Dame Journal of Formal Logic* 7 (1966), 129-157 et 158; MOSTOWSKI, A., 'On the rules of proof in the pure functional calculus of the first order', *Journal of Symbolic Logic* 16 (1951), 107-111; HILPERIN, T., 'Quantification Theory and empty individual domains', *ibid.* 18 (1953), 197-200. La logique de SCHOCK, *op. cit.*, est à la fois *free* et *inclusive*.

C'est cette définition que nous voudrions examiner et remettre en question dans ce bref article.

Les définitions de Leonard ⁽⁴⁾, de Rescher ⁽⁵⁾, ont été écartées, à tort peut-être ⁽⁶⁾, pour être remplacées définitivement par

$$(1) E!a =_{df.} (\exists x) (x = a)$$

Il semble généralement admis que cette définition rend compte rigoureusement du sens de «existe»; nous voudrions cependant exprimer quelques doutes à ce sujet.

On sait que cette définition trouve sa place dans un système au sein duquel les quantificateurs sont interprétés objectuellement ⁽⁷⁾; on peut même affirmer que (1) exprime formellement le critère d'assomption ontologique de Quine ⁽⁸⁾. Si l'interprétation objectuelle était rejetée, il faudrait donc renoncer à (1).

Il va sans dire que cela ne constitue pas une objection; mais il y a plus grave.

⁽⁴⁾ LEONARD, H., 'The logic of existence', *Philosophical Studies* 7 (1956), 49-64.

⁽⁵⁾ RESCHER, N., 'Definitions of existence', *ibid.* 8 (1957), 65-69, et 'The logic of existence', *Topics in Philosophical Logic*, Reidel, Dordrecht 1968.

⁽⁶⁾ C'est l'opinion de ENGBRETSSEN, G., 'Rescher on E!' *Notre Dame Journal of Formal Logic* 16 (1975), 536-539.

⁽⁷⁾ On sait que l'interprétation objectuelle des quantificateurs est l'interprétation qui consiste à considérer les quantificateurs comme ontologiquement chargés: '(\exists x)...' se lit 'il existe...' dans le sens ontologique de 'existe'. C'est là l'interprétation des *Principia* ainsi que de la plupart des systèmes élaborés depuis lors. Nous envisagerons plus loin une autre interprétation.

⁽⁸⁾ A ce propos Cf. CHURCH, A., 'Ontological commitment', *Journal of Philosophy* 55 (1958), 1008-1014; GOCHET, P., *Esquisse d'une théorie nominaliste de la proposition*, Colin, Paris 1967, chap. V; KOEHLER, C., 'Quine's criteria of ontological commitment', *Logique et Analyse* 15 (1972), 593-607; QUINE, W., *From a logical point of view*, Harvard University Press, Cambridge 1953; *Ontological relativity and other essays*, Columbia University Press, New York et Londres 1966; *The ways of paradox and other essays*, Random House, New York 1966; WARNOCK, G., 'Metaphysics in logic', *Proceedings of the Aristotelian Society* 51 (1950-51), 197-222, repr. in FLEW, A., *Essays in conceptual analysis*, Macmillan, Londres 1960, 73-93.

Puisque c'est d'un outil philosophique que nous avons besoin, nous devons avoir la possibilité d'affirmer l'existence de propriétés, car certains philosophes affirment l'existence de propriétés. Supposons que nous ayons à formaliser

(2) La propriété A existe.

Nous pouvons écrire

(3) $(\exists \varphi) (\varphi = A)$

résumé par

(4) $E!A$

Puisque 'E!', syntaxiquement, est un foncteur propositionnel, nous devons alors faire face au dilemme suivant:

Ou bien, (a), il y a deux foncteurs distincts, 'E!₁' et 'E!₂', l'un prenant comme argument des constantes individuelles, l'autre des prédicats; ou bien

(b) il y a seul foncteur 'E!', et, dans ce cas, admettre (1) et (4) au sein d'un même système équivaut à ranger 'a' et 'A' dans une même catégorie syntaxique.

Accepter (a) ne fait pas difficulté si l'on se place du point de vue de la syntaxe logique. Seulement, admettre deux foncteurs d'existence, en vertu de (1), oblige à admettre également deux quantificateurs particuliers distincts, ce qui n'est pas souhaitable. De surcroît, d'un point de vue philosophique, il nous semble y avoir ici distorsion évidente du sens que nous donnons généralement à «existe»: si nous formalisons le discours platonicien de celui qui affirme l'existence de propriétés, notre formalisation ne peut dissimuler le fait que ce discours affirme l'existence *individuelle* de propriétés, c'est à dire qu'il présuppose que les propriétés existent au même titre que les individus.

Si nous acceptons (a) notre syntaxe logique révèle une différence entre le mode d'existence des propriétés et le mode d'existence des individus; accepter (a) constitue donc une vio-

lation de la règle, admissible sans plus selon nous, qui veut que l'ontologie soit toujours antérieure à la logique formelle ⁽⁹⁾.

Si en revanche nous acceptons (b), c'est au niveau de la syntaxe que les difficultés se font jour. Par des restrictions imposées aux substitutions autorisées on pourrait évidemment éviter de graves incohérences, mais au prix d'un alourdissement considérable du calcul des prédicats seulement.

Une autre solution consiste à admettre avec Frege que «existe» est un prédicat du second degré. Mais cette solution est inacceptable puisqu'elle nous oblige, soit à refuser le statut de wff à 'E!a', soit à considérer «E!» comme prédicat métalinguistique.

D'autre part, la relation entre existence et identité n'est pas évidente. Généralement, (1) permet de déduire que si a n'existe pas, $a \neq a$. S'il existe une explication à cela, il n'en reste pas moins qu'il y a au moins un sens acceptable de

(5) Pégase = Pégase

ou de

(6) l'actuel roi de France = l'actuel roi de France.

Enfin, on peut objecter à (1) de charger ontologiquement notre syntaxe logique. La *free logic*, initialement, a été construite pour expliciter les présupposés ontologiques de la logique, ce qui permettait d'étendre son champ d'application en autorisant les termes vides (sans référent). En vertu des règles d'inférence des *free logics* il s'ensuit que tout terme lié par un quantificateur particulier désigne un membre de l'univers du discours ⁽¹⁰⁾.

⁽⁹⁾ ENGLEBRETSSEN exprime la même opinion, *op. cit.*, 537: «The logic of 'exists' should be independant of, or at least logically prior to, the theology of 'exists'».

⁽¹⁰⁾ Puisque $E!a = (\exists x)(x = a)$ la variable x varie dans le champ des existants; la règle $\emptyset a \ \& \ E!a \supset (\exists x)\emptyset x$ indique la même chose. Rien d'étonnant puisque c'est là le sens du quantificateur dans ces systèmes. En général, il y est vrai que *to be is to be value of a variable* (le 'critère d'assumption ontologique' de Quine, cf. n. 7 et 8), et, corrélativement, «être une variable liée, c'est avoir un référent existant» !

Dans certains cas, qui pourtant peuvent nécessiter une formalisation, cette charge ontologique est peu souhaitable, comme nous allons le montrer par un exemple.

Supposons qu'au séminaire de morale un étudiant admette les prémisses, mais non la conclusion, de

- (7) Les comportements égoïstes sont asociaux; mais un comportement asocial est nuisible pour la société. Il faut réprimer les comportements nuisibles. Puisqu'il existe des comportements égoïstes, certains comportements doivent être réprimés.

Afin de montrer à cet étudiant que la conclusion suit bien des prémisses, nous faisons appel à la formalisation dans la syntaxe logique et, ayant fait admettre que (7) a la forme de (8) nous prouvons la validité de

- (8) $[(x) (Ax \supset Bx) \& (x) (Bx \supset Cx) \& (x) (Cx \supset Dx) \& (\exists x) Ax] \supset (\exists x) Dx$.

Pour prouver ce raisonnement simple nous devons instancier puis généraliser existentiellement; mais pour prouver

- (9) $Da \supset (\exists x) Dx$

nous devons disposer d'une prémisse auxiliaire

- (10) $E! a$

sans quoi la règle de généralisation existentielle n'est pas valide dans une *free logic*.

L'appel à la logique formelle nous accule donc à la prise de position quelque peu platonicienne selon laquelle il existe des comportements, dans le sens où Socrate existe. Cela est inadmissible pour deux raisons au moins.

Premièrement, (7) ne présuppose aucunement l'existence de comportements: il suffit qu'il existe des individus ayant des comportements. Cependant on ne peut dire qu'il faut analyser

(7) en termes d'individus car ce ne sont pas des individus mais des comportements que l'on veut réprimer. Simplement, certains peuvent admettre que l'on ne réprime pas un comportement comme on déplace une chaise.

Deuxièmement donc, de manière générale, nous avons ici un cas où le recours à la syntaxe logique introduit un engagement ontologique qui n'était pas véhiculé par la langue naturelle.

Et pourtant (7) est bien, formellement, un raisonnement valide. Et si (7) est valide en vertu de sa forme, la logique formelle, par définition, doit être apte à révéler cette validité: on ne voit pas comment un contenu indépendant de la forme pourrait être introduit pas le recours à des règles syntaxiques.

Ces raisons nous paraissent suffisantes, même si elles ne sont pas définitives, pour émettre des doutes quant à l'opportunité de formaliser «a existe» par « $(\exists x) (x = a)$ ».

L'alternative, bien entendu, est l'interprétation substitutionnelle des quantificateurs⁽¹¹⁾. Cette interprétation résout les difficultés liées à la formalisation de (7). Mais au sein d'un système interprété en termes de substitution, quelle définition peut-on donner de «existe» ?

On peut imaginer de maintenir tout simplement (1), qui se lirait alors

- (11) a existe s'il existe une instance de substitution qui rend vrai ' $x = a$ '.

Cette définition nous paraît absurde parce que triviale: il y a toujours une instance de substitution vraie de ' $x = a$ ', à savoir ' $a = a$ '. Pour cette raison nous ne suivrons pas Gom-

⁽¹¹⁾ Dans cette interprétation ' $(\exists x)\phi x$ ' est interprété 'Au moins une instance de ϕx est vraie'. Cf. MARCUS, R., 'Interpreting quantification', *Inquiry* 5 (1962), 252-259; QUINE, W., 'Reply to Professor Marcus', *Synthese* 20, repr. in *The ways of Paradox and other essays*, op. cit.; DUNN, J., & BELNAP, N., 'The substitution interpretation of quantifiers', *Noûs* 2 (1968), 177-185; LINSKY, L., 'Two concepts of quantification', *Noûs* 6 (1972), 224-239; LEJEWSKI, C., 'Logic and existence', *British journal for the philosophy of science* 5 (1954), 104-118; WALLACE, J., 'On the frame of reference', *Synthese* 21 (1970-71), 117-150.

bocz qui maintient (1) dans un système interprété en termes de substitution ⁽¹²⁾.

Faut-il donc renoncer à une définition formelle de «existe» dans un système substitutionnel ? A première vue, non, car il est toujours possible d'introduire une définition de type Lesniewskien ⁽¹³⁾; mais nous pensons qu'en définitive, toute définition formelle de «existe» doit faire difficulté. Il se pourrait que ces difficultés viennent d'une propriété inhérente au verbe «existe», et, une fois de plus, nous serions tenté de suivre Englebreetsen qui, estimant que la démarcation entre ce qui est et ce qui n'est pas ne peut être tracée avec exactitude, conclut que «... si «existe» peut être défini, une telle définition doit être donnée en termes moins formels que celles qui ont été proposées jusqu'à présent» ⁽¹⁴⁾.

Ce point, bien sûr, demande à être développé.

Toute affirmation d'existence, ce nous semble, est contingente parce que fonction de nos discours. En effet, ce qui nous intéresse n'est pas, en général, ce qui existe réellement, mais ce dont nous affirmons l'existence (c'est là évidemment le point de vue du logicien, pas le point de vue du métaphysicien). Plus particulièrement, nous cherchons simplement à savoir quelles affirmations d'existence doivent être vraies pour que soit vrai un discours donné.

Il n'y a pas, pour un système formel, de domaine d'interprétation unique; au contraire, on sait qu'il est possible d'interpréter un système donné pour différents univers du discours. Dans chaque univers la classe des individus existants peut être différente: c'est en ce sens que nous pouvons dire que toute affirmation d'existence est contingente.

A titre d'exemple, supposons quatre univers de discours, $D_1 - D_4$. D_1 est l'univers décrit par l'Odyssée (l'ensemble d'individus dont l'existence est présupposée pour la vérité de

⁽¹²⁾ *op. cit.* Il est vrai que W. GOMBOCZ emploie côte à côte différents types de quantificateurs.

⁽¹³⁾ A propos du système de Lesniewski voir LUSCHEI, E., *The logical systems of Lesniewski*, North Holland, Amsterdam 1962, SARLET, H., *op. cit.*, 64-85, et les bibliographies de ces ouvrages.

⁽¹⁴⁾ *op. cit.*

l'Odyssée); D_2 , l'univers dont un philosophe contemporain admet l'existence; D_3 , l'univers admis par l'homme de la rue; D_4 , l'univers admis par un Indien.

Si nous examinons maintenant cinq propositions, à savoir

- (12) Rien n'existe
- (13) Ulysse existe
- (14) Il existe des chiens
- (15) Quine existe
- (16) Krishna existe,

nous voyons aisément que, selon le domaine choisi, certaines seront vraies, d'autres fausses. Plus particulièrement, dans D_1 seront vraies (13) et (14); dans D_2 , (14) et (15); dans D_3 , (14); dans D_4 , (14) et (16); (12) serait faux dans $D_1 - D_4$; la valeur de (15), par exemple, serait indéterminée dans D_3 , et ainsi de suite.

Nous n'aurons jamais de définition formelle pour exprimer cela. Il faudrait dire plutôt que, pour chaque domaine d'interprétation, choisi indépendamment du système logique, il y a une classe d'individus x dont nous pouvons affirmer véridiquement ' $E!x$ '. Cette classe et son contenu ne dépendent en aucune manière du système choisi; cependant, quel que soit le domaine d'interprétation choisi, les vérités de logique seront toujours vraies. Nous n'insisterons pas sur ce point, que nous avons développé ailleurs⁽¹⁵⁾; mais nous devons voir maintenant quelles possibilités nous avons encore pour formaliser «existe».

En fonction de ce qui précède nous pouvons admettre qu'une définition formelle de «existe» n'est pas souhaitable. Néanmoins, nous devons faire face aux deux difficultés suivantes: (a) nous devons disposer, au moins, d'une sorte de définition contextuelle ou de règles d'inférence adéquates pour intégrer ' $E!$ ' à notre syntaxe; (b) si nous adoptons un système substitutionnel nous devons nous assurer qu'il y a bien dans

(15) 'Some suggestions about substitutional quantification', à paraître.

notre langage-objet des signes référentiels et pas seulement des entités linguistiques.

(a) Pour chaque univers choisi comme domaine d'interprétation nous pouvons déterminer une classe d'individus existants $a_1 \dots a_n$ dont il est vrai que

$$(17) (x) (x \in \{a_1 \dots a_n\} \supset E!x)$$

Ceci étant posé nous considérons 'E!' comme un simple prédicat. De même qu'un individu peut ou non satisfaire un prédicat $\emptyset$, de même il peut satisfaire ou ne pas satisfaire le prédicat 'E!' ⁽¹⁶⁾.

Il peut sembler que cette solution simpliste n'autorise pas les résultats obtenus en *free logic*, mais il n'en est rien:

$$(18) \varphi a \ \& \ E!a \supset (\exists x)\varphi x$$

qui est la règle de généralisation existentielle des *free logics*, contient 'E!a' comme prémisses contingentes également: 'E!a' doit être *donné*, indépendamment du système lui-même. D'autre part, si le système est interprété en termes de substitution,

$$(19) \varphi a \supset (\exists x)\varphi x$$

et, corrélativement,

$$(20) E!a \supset (\exists x)E!x$$

sont valides sans restrictions.

(b) Le signe 'E!' introduit toujours la référence au domaine d'interprétation. Mais on peut également disposer d'un système 'mixte', dans lequel existent côte à côte un quantificateur 'objectuel' et un quantificateur 'substitutionnel', définis contextuellement comme suit:

⁽¹⁶⁾ Nous ne nous attardons pas à la question de savoir si 'existe' est un prédicat; du point de vue de la syntaxe, 'existe' est un prédicat et de ce point de vue nous pouvons donc le considérer comme tel.

De même que ' $\emptyset a$ ' est vrai si $a \in \{x | \emptyset x\}$, de même $E!a$ ssi $a \in \{x | E!x\}$.

$$(\exists_o x)\varphi x \equiv (\exists_s x)(\varphi x \ \& \ E!x)$$

De tels systèmes existent, même si les quantificateurs y sont présentés comme 'quantificateur des objets possibles' et 'quantificateur des objets actuels' ⁽¹⁷⁾. De surcroît, on sait qu'il y a des théorèmes de traduction permettant de traduire les propositions des systèmes substitutionnels en propositions objectives et *vice versa* ⁽¹⁸⁾.

En conclusion, nous pensons qu'il n'est pas nécessaire, ni souhaitable, de disposer d'une définition formelle de «existe». Dans les systèmes interprétés en termes de substitution, une définition au moyen de '=' (ou de '∈' dans les systèmes d'inspiration Lesniewskienne) reste possible; mais, si une définition s'avère nécessaire, il nous paraît opportun de rejeter (1).

⁽¹⁷⁾ Nous pensons au système de LAMBERT, K., et VAN FRAASSEN, B., 'Meaning relations, possible objects, and possible worlds', in LAMBERT, K., éd., *Philosophical problems in logic. Some recent developments*, Reidel, Dordrecht 1970, ainsi que COCCHIARELLA, N., 'A logic of possible and actual objects', *abstract, Journal of Symbolic Logic* 41 (1966), 668.

Il nous semble que ces systèmes constituent un moyen de se donner les avantages de l'interprétation substitutionnelle sans devoir admettre celle-ci ouvertement.

⁽¹⁸⁾ LAMBERT, K., & SCHARLE, T., 'A translation theorem for two systems of free logic', *Logique et Analyse* 10 (1967), 328-341.