ESQUISSE D'UNE THEORIE DES PREDICATS COMPLETIFS

J.-L. GARDIES
Université de Nantes

La structure grammaticale des langues indo-européennes nous met en présence de propositions constituées par l'assertion de relations d'un type particulier: certains arguments de ces relations sont bien des *individus*, au sens que la logique donne à ce terme (ou parfois d'ailleurs des propriétés ou des relations nominalisées), tandis que les autres arguments de ces mêmes relations sont ce qu'on pourrait appeler des contenus propositionnels. Ainsi dans la proposition

Jacques préfère se promener que travailler

le relateur *préfère ... que* a-t-il trois arguments: outre l'argument individuel *Jacques*, ces deux arguments assez particuliers que sont d'une part *le fait éventuel que Jaques aille se promener* et d'autre part *le fait éventuel que Jacques aille travailler;* car c'est bien entre ces deux éventualités que Jacques marque une préférence.

Nous avons proposé [1] d'appeler *fonctions complétives, relations complétives* ou *prédicats complétifs* de telles relations comportant au moins un argument à caractère de contenu propositionnel. Ce faisant, nous empruntions l'adjectif «complétif» à la grammaire des langues indo-européennes, à cette différence près que la grammaire traditionnelle appelle «proposition complétive», en anglais «that-clause», le contenu propositionnel qui sert d'argument à la relation, tandis que nous préférons désigner par «fonction complétive» la relation elle-même à laquelle le contenu propositionnel sert d'argument.

Nous avions eu l'occasion de montrer ailleurs [2] que l'on pouvait classer les *prédicats complétifs* ainsi définis d'une part selon le nombre ($m \geqslant o$) des arguments servant à la désignation d'individus et d'autre part selon le nombre ($n \geqslant 1$) des arguments correspondant cette fois à un contenu propositionnel. Dans le champ dessiné par une telle classification nous appelions de nos vœux la constitution d'une *théorie générale* *des prédicats complétifs,* dont l'élaboration seule, disions-nous, permettrait la formalisation de toute une part de la rationalité qui échappe encore entièrement à la logique. Nous nous proposons ici de développer l'esquisse très rapide que nous avions alors donnée d'une telle théorie.

Remarquons d'abord que dans un calcul des prédicats complétifs, le nombre m des arguments de nature individuelle ne semble pas devoir entrer en jeu ou, plus exactement, son jeu, quand il existe, ressortit au classique *calcul des prédicats* et à la classique *théorie des relations.* Ainsi le raisonnement

Si André apprécie mieux qu'Etienne qu'il fasse beau temps et qu'Etienne l'apprécie mieux qu'Ivan, alors André apprécie mieux qu'Ivan qu'il fasse beau temps

peut-il sans doute très légitimement se ramener au schème de raisonnement suivant

$$[\varphi(a, e, p) \text{ et } \varphi(e, i, p)] \Rightarrow \varphi(a, i, p)$$

Mais pour rendre compte de sa rationalité, il est inutile de pousser si loin l'analyse; il suffit de considérer

x apprécie mieux que y qu'il fasse beau temps

comme une simple relation dyadique entre deux arguments individuels et d'écrire par exemple

$$[R(a, e) \text{ et } R(e, i)] \Rightarrow (Ra, i)$$

raisonnement justifié par la transitivité de la relation utilisée.

Mais, même en ce qui concerne le nombre n des arguments de nature propositionnelle, nous avions déjà eu l'occasion d'indiquer [3] que, lorsque ce nombre était supérieur à 1, les propriétés caractéristiques qu'il importait d'isoler pouvaient être en général déterminées par analogie avec les propriétés reconnues aux classiques relations dyadiques, triadiques, etc.; qu'en revanche, lorsque le prédicat complétif ne comportait qu'un seul argument de nature propositionnelle, c'est alors qu'il devenait indispensable d'élaborer une théorie originale, que l'étude de la logique déontique, qui nous avait servi de point de départ, nous avait seulement permis d'ébaucher. C'est pourquoi nous limiterons notre considération, dans les pages qui suivent, aux grandes lignes d'une théorie des prédicats complétifs à un seul argument propositionnel.

***

Nous considérerons successivement sept propriétés ou groupes de propriétés, sur lesquels nous paraît largement reposer la rationalité des prédicats complétifs monadiques [4]: ces prédicats en effet, selon qu'ils possèdent ou ne possèdent pas telle ou telles de ces propriétés, se prêtent ou se refusent à des agencements rationnels qui nous semblent formalisables.

1ère propriété

(1) $C\varphi pp$

Cette propriété implique toute une série de propositions qui constituent un *carré d'Aristote* et, par le fait même, un *hexagone de Robert Blanché.* En effet la substitution p/Np permet de transformer la proposition précédente en

$C\varphi NpNp$

dont une simple contraposition tire à son tour

$CNNpN\varphi Np$

c'est-à-dire en supprimant la double négation

$CpN\varphi Np$

Le rapprochement de cette dernière proposition avec la proposition initiale permet de déduire par transitivité

$C\varphi pN\varphi Np$

proposition à partir de laquelle on pourra établir toutes les relations entre les six sommets de l'*hexagone de Robert*

Blanché, A correspondant à φp, E à φNp, I à $N\varphi Np$, O à $N\varphi p$,

U à $A\varphi p\varphi Np$, Y à $KN\varphi NpN\varphi p$.

Au lieu de privilégier la première propriété

$$C\varphi pp$$

nous aurions pu tout aussi bien privilégier la propriété que nous appellerons 1 bis

$$\text{(1bis)} \quad Cp\psi p$$

ou encore

$$\text{(1ter)} \quad C\chi pNp$$

ou encore

$$\text{(1quater)} \quad CNp\Theta p$$

Pour montrer que chacune de ces quatre propriétés peut se définir à partir de chacune des trois autres, il suffit de poser les identités

$$\psi p = N\varphi Np$$
$$\chi p = \varphi Np$$
$$\Theta p = N\varphi p$$

Il faut ici faire remarquer que certains raisonnements ressortissent à l'exploitation d'une propriété sensiblement différente sur laquelle nous voudrions nous attarder. Prenons l'exemple de la proposition

S'il est reconnu que p, alors p

proposition dont on admettra la validité pourvu que l'on donne à *reconnaître* le sens fort de l'évidence infaillible. Il n'en reste pas moins que, même ainsi précisée, la proposition a deux acceptions possibles:

1) *S'il est reconnu par tel sujet* (moi par exemple) *que p, alors p.* En désignant le sujet en question par *a*, on écrira

$C\varphi app$:

2) *S'il est reconnu par un sujet quelconque que p, alors p* c'est-à-dire *S'il* y *a au moins un sujet par qui il est reconnu que p, alors p,* ce que nous écririons

$C\Sigma x\varphi xpp$

La première acception que nous venons de distinguer correspond exactement à la propriété dont nous traitons. La formalisation de la seconde en revanche illustre déjà sa différence avec la propriété telle que nous avons proposé de la formaliser, puisqu'on a besoin dans un cas d'une quantification dont on fait dans l'autre cas l'entière économie.

Cependant cette nouvelle propriété est en un sens plus générale que la propriété que nous avions définie. En effet «φap» implique «$\Sigma x\varphi xp$»; ce que nous pouvons écrire

$C\varphi ap\Sigma x\varphi xp$

proposition qui rapprochée de

$C\Sigma x\varphi xpp$

permet de déduire par transitivité

$C\varphi app$

c'est-à-dire la propriété entendue dans sa première acception.

La seconde acception distinguée implique toute une série de propositions constituant un *hexagone de Robert Blanché,* les six sommets de l'hexagone correspondant respectivement

A à $\Sigma x\varphi xp$
E à $\Sigma x\varphi xNp$

I à ΠxNφxNp
O à ΠxNφxp
U à ΣxAφxpφxNp
Y à ΠxKNφxNpNφxp

En effet une simple substitution permet de déduire de la propriété

CΣxφxNpNp

Et le rapprochement de cette proposition avec celle qui définit la propriété permet de poser

CKΣxφxpΣxφxNpKpNp

A partir d'ici une contraposition nous donne

CNKpNpNKΣxφxpΣxφxNp

L'antécédent de cette implication étant thèse du *calcul des propositions,* on peut détacher le conséquent, qui peut encore s'écrire sous la forme

DΣxφxpΣxφxNp

proposition à partir de laquelle on pourra sans difficulté établir les relations constituant l'hexagone en question.

2ÈME PROPRIÉTÉ

(2) CCpqCφpφq

Par quelques opérations élémentaires (substitutions et contrapositions en particulier) on peut à partir de cette propriété établir

(a) CCpqCφNqφNp
(b) CCpqCNφqNφp
(c) CCpqCNφNpNφNq

Au lieu de privilégier cette propriété il reviendrait au même de privilégier

(2bis) $CCpqC\psi q\psi p$

De cette propriété 2bis en effet nous déduirions

(d) $CCpqC\psi Np\psi Nq$
(e) $CCpqCN\psi pN\psi q$
(f) $CCpqCN\psi NqN\psi Np$

En posant l'identité

$\psi p = \varphi Np$

on peut assimiler respectivement 2 à *d*, *a* à 2bis, *b* à *f* et *c* à *e*; ce qui prouve que les propriétés 2 et 2bis communiquent et qu'il est indifférent de privilégier l'une plutôt que l'autre.

3ème propriété

(3) $CCpNqC\varphi pN\varphi q$

Pour mieux distinguer cette 3ème propriété de la seconde, rapprochons-la de la proposition qu'une simple substitution suffit à tirer de cette propriété 2:

$CCpNqC\varphi p\varphi Nq$

La 3ème propriété permet de fonder exactement le même *hexagone de Robert Blanché* que la première. En effet de la définition de la 3ème propriété la simple substitution q/Np permet d'établir

$CCpNNpC\varphi pN\varphi Np$

proposition dans laquelle, l'antécédent étant une tautologie du *calcul des propositions*, nous pouvons détacher

$C\varphi pN\varphi Np$

Or nous avons vu, lors de l'étude de la 1ère propriété, que cette proposition suffisait à fonder effectivement l'*hexagone* en question. La 3ème propriété nous permet encore d'établir les propositions caractéristiques suivantes

$CCpqC\varphi NqN\varphi p$
$CCpqC\varphi pN\varphi Nq$
$CCNpqC\varphi NpN\varphi Nq$

Au lieu de privilégier la 3ème propriété nous pourrions aussi bien privilégier

(3bis) $CCpqCN\psi Np\psi q$

ou

(3ter) $CCpqC\chi qN\chi Np$

ou encore

(3quater) $CCpNqCN\Theta p\Theta q$

Il est possible de faire communiquer ces quatre propriétés en posant, comme pour la 1ère propriété, les identités

$\psi p = N\varphi Np$
$\chi p = \varphi Np$
$\Theta p = N\varphi p$

Les propriétés 3bis, 3ter et 3quater suffisent à fonder des *hexagones de Robert Blanché* dont les trois identités précédentes permettent de vérifier la similitude avec l'hexagone fondé par la propriété 3.

4ème propriété

(4) $E\varphi KpqK\varphi p\varphi q$

A l'intérieur de cette 4ème propriété nous distinguerons la sous-propriété

(4') CφKpqKφpφq

La conjonction de la sous-propriété 4' et de la propriété 2bis entraîne l'intégralité de la 2ème propriété. En effet dans l'énoncé caractéristique de la propriété 2bis, les deux substitutions p/Kpq et q/p autoriseraient le détachement de

CφpφKpq

tandis que la simple substitution p/Kpq autoriserait le détachement de

CφqφKpq

Le rapprochement de ces deux propositions permettrait d'établir

(4'') CKφpφqφKpq

converse de l'implication 4'. De façon analogue on pourrait établir, à partir de la propriété 2, la sous-propriété 4', c'est-à-dire que la conjonction de 2 et de la sous-propriété 4'' suffit aussi à donner l'intégralité de la 4ème propriété.

Au lieu de la 4ème propriété on pourrait privilégier aussi bien

(4bis) EψApqAψpψq

A l'intérieur de cette propriété 4bis, nous distinguerions la sous-propriété

(4'bis) CψApqAψpψq

Le rapprochement de la sous-propriété 4'bis et de la 2ème propriété donne la propriété 4bis. En effet, de la 2ème propriété on déduit facilement l'implication

(4''bis) CAψpψqψApq

converse de 4'bis. On démontrerait de façon analogue à partir de la propriété 2bis la sous-propriété 4'bis; c'est-à-dire que la conjonction de 2bis et de 4''bis suffit aussi à donner l'intégralité de la propriété 4bis.

Nous proposons d'appeler 4ter la propriété

(4ter) $E\chi ApqK\chi p\chi q$

et 4'ter sa sous-propriété

(4'ter) $C\chi ApqK\chi p\chi q$

Comme il est possible de déduire de l'énoncé caractéristique de la propriété 2 la proposition

(4''ter) $CK\chi p\chi q\chi Apq$

le rapprochement de 4'ter et de 2 suffit à donner la propriété 4ter. De la même manière la proposition 4'ter peut se déduire de l'énoncé caractéristique de la propriété 2bis; c'est-à-dire que la conjonction de 2bis et de 4''ter suffit aussi à donner la propriété 4ter.

Nous proposons enfin d'appeler 4quater la propriété

(4quater) $E\Theta KpqA\Theta p\Theta q$

et 4'quater sa sous-propriété

(4'quater) $C\Theta KpqA\Theta p\Theta q$

Comme il est possible de déduire de l'énoncé caractéristique de la propriété 2bis la proposition

(4''quater) $CA\Theta p\Theta q\Theta Kpq$

le rapprochement de 4'quater et de 2bis suffit à donner la propriété 4quater. Mais comme il est possible de déduire 4'quater de l'énoncé caractéristique de la proposition 2, le rapprochement de 4''quater et de 2 suffit aussi à donner l'intégralité de la propriété 4quater.

Pour faire communiquer les quatre propriétés 4, 4bis, 4ter et 4quater, il suffit de faire appel aux trois identités déjà évoquées à propos de la 1ère et de la 3ème propriété

$$\psi p = N\varphi Np$$
$$\chi p = \varphi Np$$
$$\Theta p = N\varphi p$$

On notera enfin que le rapprochement des propriétés 2 et 4 permet d'établir

$$C\varphi CpqC\varphi p\varphi q$$

En effet dans l'énoncé caractéristique de 2 la substitution p/KpCpq justifiera le détachement de

$$C\varphi KpCpq\varphi q$$

expression dans laquelle la propriété 4 permet de considérer «φKpCpq» comme équivalent à «KφpφCpq». Or

$$CK\varphi p\varphi Cpq\varphi q$$

est, en vertu du *calcul des propositions,* équivalent à

$$C\varphi CpqC\varphi p\varphi q \qquad [5]$$

5ÈME PROPRIÉTÉ

(5) $E\varphi p\varphi\varphi p$

Nous distinguerons de cette 5ème propriété sa sous-propriété

(5') $C\varphi p\varphi\varphi p$

qui, rapprochée de la 1ère propriété, suffit à donner la 5ème propriété. En effet la simple substitution p/φp permet d'établir, à partir de l'énoncé de la 1ère propriété, l'implication converse de 5'

(5'') $C\varphi\varphi p\varphi p$

Si nous considérons cette dernière implication comme caractéristique de la ous-propriété, que nous appellerons 5'', nous pouvons faire valoir que le rapprochement de 5'' et de 1bis suffit à donner la 5ème propriété.

Nous appellerons 5bis la propriété caractérisée par l'énoncé

(5bis) $E\psi p\psi N\psi p$

Nous distinguerons de cette propriété 5bis, sa sous-propriété

(5'bis) $C\psi p\psi N\psi p$

dont le rapprochement avec la propriété 1ter suffit à donner la 5ème propriété. En effet dans

$C\psi pNp$

la substitution $p/N\psi p$, suivie de la suppression de deux négations consécutives, établit

(5''bis) $C\psi N\psi p\psi p$

qui est l'implication converse de 5'bis. Si nous désignions maintenant cette dernière implication comme caractéristique de la sous-propriété 5''bis et que nous rapprochions 5''bis de la propriété 1quater, nous obtiendrions aussi la 5ème propriété, puisque 5'bis se laisse déduire de 1quater par la même procédure par laquelle 5''bis se laissait déduire de 1ter.

Pour faire communiquer les propriétés 5 et 5bis il suffit de poser l'identité

$\psi p = \varphi Np$

6ÈME PROPRIÉTÉ

(6) ENφNφpφp

Nous distinguerons de cette 6ème propriété sa sous-propriété

(6') CNφNφpφp

le rapprochement de la sous-propriété 6' et de la première propriété suffisant à donner la 6ème propriété. En effet, à partir de l'énoncé de la 1ère propriété, une contraposition permet d'établir

CNpNφp

que la substitution p/Np transforme en

CNNpNφNp

proposition équivalente à

CpNφNp

Une autre substitution p/φp permet de déduire de cette dernière proposition

(6'') CφpNφNφp

qui est la converse de l'implication caractéristique de 6'. Si nous considérons la dernière implication comme caractéristique de la sous-propriété que nous appellerons 6'', nous pouvons faire valoir que le rapprochement de 6'' et de 1bis suffit à donner la 6ème propriété.

Nous appellerons 6bis la propriété caractérisée par l'énoncé

(6bis) ENψψpψp

Nous distinguerons de la propriété 6bis sa sous-propriété 6'bis

(6'bis) $CN\psi\psi p\psi p$

le rapprochement de cette sous-propriété 6'bis et de la propriété 1ter suffisant à donner la 6ème propriété de la façon suivante. La propriété 1ter peut s'écrire

$C\psi pNp$

ce qui est équivalent à

$CpN\psi p$

La substitution $p/\psi p$ permet d'obtenir

(6''bis) $C\psi pN\psi\psi p$

implication converse de 6'bis. Si nous considérons maintenant cette dernière implication comme caractéristique de la sous-propriété que nous appellerons 6''bis, nous pouvons faire valoir que le rapprochement de 6''bis et de 1quater suffit à donner la 6ème propriété. En effet la propriété 1quater peut s'écrire

$CNp\psi p$

ce qui est équivalent à

$CN\psi pp$

La substitution $p/\psi p$ permet d'obtenir

$CN\psi\psi p\psi p$

c'est-à-dire l'implication converse de 6''bis.

Pour établir la communication des deux propriétés 6 et 6bis il suffit de poser l'une quelconque des deux identités

$\psi p = N\varphi p$
$\psi p = \varphi Np$

Il peut arriver que les propriétés 5 et 6 dérivent de propriétés plus générales. Prenons l'exemple de la datation, pour lequel on peut sans difficulté admettre la thèse

Quels que soient la date x *et la date* y, *il est vrai à la date* x *que p si et seulement si il est vrai à la date* y *qu'il est vrai à la date* x *que p*

Si nous désignons par «ψ» l'indication temporelle «à la date y» et par «φ» l'indication «à la date x», nous pouvons poser la propriété

Eφpψφp

Comme «ψ» désigne une date quelconque, cette date peut aussi bien être «φ». Nous pouvons donc déduire de la propriété précédente la 5ème propriété

(5) Eφpφφp

De même, en matière de datation, nous pourrions admettre la proposition

Quels que soient la date x *et la date* y, *il n'est pas vrai à la date* y *qu'il n'est pas vrai à la date* x *que p si et seulement si il est vrai à la date* x *que p*

que nous pourrions écrire en reprenant les conventions précédentes

ENψNφpφp

De cette proposition générale nous pourrions déduire comme un cas particulier la 6ème propriété

(6) ENφNφpφp

Prenons garde simplement que dans l'un comme dans l'autre cas «ψ» ne désigne pas un prédicat complétif *quelconque* mais beaucoup plus étroitement un prédicat complétif de la même famille que «φ», en l'occurrence une date.

7ème propriété

(7) $EN\varphi p\varphi Np$

Nous distinguerons de cette 7ème propriété sa sous-propriété

(7') $CN\varphi p\varphi Np$

le rapprochement de 7' avec l'une quelconque des quatre propriétés 1, 1ter, 3, 3ter, suffisant à donner la 7ème propriété. Par exemple en effet, à partir de chacun des énoncés caractéristiques des propriétés 1 et 3, nous avions vu qu'il était possible d'établir

$C\varphi pN\varphi Np$

proposition équivalente à

(7'') $C\varphi NpN\varphi p$

converse de l'implication 7'. De même le rapprochement de la propriété 7'' avec l'une quelconque des quatre propriétés 1bis, 1quater, 3bis et 3quater suffit-il à donner l'intégralité de la 7ème propriété.

Remarquons que cette 7ème propriété a pour effet d'écraser le carré d'Aristote que des propriétés comme 1, 1bis, etc. ou 3, 3bis, etc. engendraient entre les termes «φp», «φNp», «NφNp» et «Nφp». En effet comme cette 7ème propriété établira l'équivalence de «φNp» avec «Nφp» et par le fait même de «φp» avec «NφNp», il n'y aura plus en réalité que deux termes en simple relation d'alternative, là où le *carré d'Aristote* comporte 4 termes et, par le fait même, de terme à terme, six relations (une incompatibilité, une disjonction, deux implications et deux alternatives).

*
**

Avant de donner quelques exemples des propriétés que nous venons d'exposer, refusons d'avance une critique que pourrait inspirer la lecture de ces exemples : nous ne pensons pas qu'on ait le droit de nous reprocher l'arbitraire de certaines de nos attributions. Que l'attribution de telle propriété à tel prédicat complétif soit arbitraire signifie simplement en effet que nos langues indo-européennes dans lesquelles nous puisons naturellement nos concepts sont ambiguës, que les relations qu'elles mettent en œuvre ne sont nullement univoques. Mais cette remarque est banale en ce qu'on pouvait déjà la faire au niveau de la classique *théorie des relations.* Celle-ci n'a pu s'édifier qu'en procédant à une redéfinition (en ce sens elle aussi arbitraire) des relations dont elle se proposait d'exploiter les propriétés : peut-on dire qu'une droite est parallèle à elle-même ? la *théorie des relations* a décidé que *oui*, attribuant ainsi avec quelque arbitraire la réflexivité à la relation *est parallèle à.* De même une *théorie des relations complétives* appelle-t-elle une redéfinition des relations de ce type rencontrées dans la rationalité vulgaire.

Donnons d'abord quelques exemples de réunion de propriétés

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6
— *Il est nécessaire que...*
— *toujours*
1ter - 2bis - 3ter - 4ter - 5bis - 6bis
— *Il est impossible que...*
— *jamais*
1bis - 2 - 3bis - 4bis - 5 - 6
— *Il est possible que...*
— *parfois*
1quater - 2bis - 3quater - 4quater - 5bis - 6bis
— *Il est contingent que...*

L'attribution des propriétés 5 ou 5bis, 6 ou 6bis aux modalités peut soulever quelques difficultés. Soulignons que nos attributions, pour 5 et 5bis, correspondent au système S4 ; que, pour 6 et 6bis, elles correspondent au système S5. S5 en effet comporte les deux thèses

$$\Box\Diamond p \Leftrightarrow \Diamond p$$
$$\Diamond\Box p \Leftrightarrow \Box p$$

qui peuvent encore s'écrire sous la forme

$$\sim\Diamond\sim\Diamond p \Leftrightarrow \Diamond p$$
$$\sim\Box\sim\Box p \Leftrightarrow \Box p$$

dans lesquelles nous retrouvons l'énoncé de notre 6ème propriété ; tandis que S4 comportait déjà les thèses

$$\Diamond\Diamond p \Leftrightarrow p$$
$$\Box\Box p \Leftrightarrow p$$

dans lesquelles nous reconnaissons notre 5ème propriété. En revanche l'attribution des propriétés 5 et 6 à *toujours*, 5bis et 6bis à *jamais*, nous paraît indiscutablement conforme à la logique de l'usage naturel de ces « adverbes ».

1 - 2 - 3 - 4 - 5 — x *sait que...*

L'attribution de la 5ème propriété à cette relation complétive revient à reconnaître que *savoir* c'est *savoir que l'on sait.* Il faut donc préciser qu'il s'agit ici du savoir conscient ; un savoir inconscient, si nous admettions qu'il fût possible, exclurait évidemment la propriété 5 ([6]).

2 - 3 - 4 - 5
— x *oblige* y *à ce que...*
— x *décide que...*
— x *conseille à* y *que...*
— x *croit que...*

2bis - 3ter - 4ter - 5bis
— x *interdit à* y *que...*

2 - 3bis - 4bis - 5
— x *permet à* y *que...*

2bis - 3quater - 4quater - 5bis
— x *n'oblige pas* y *à ce que...*

Précisons d'abord que la *décision*, le *conseil*, la *croyance* envisagés ici sont évidemment supposés cohérents. Reconnaissons en outre que l'attribution des propriétés 5 et 5bis peut prêter à discussion, sauf pour les deux relations

x *décide que...*

et

x *croit que...*

Peu refuseront d'admettre que *décider* c'est *décider que l'on l'on décide* et que croire c'est *croire que l'on croit*. En ce qui concerne l'attribution de ces propriétés aux normes, nous nous contenterons de renvoyer au chapitre III de notre étude *Logique déontique et théorie générale des fonctions complétives* [7], dans lequel nous expliquons pourquoi nous admettons les thèses

ΠxyEPxypPxyPxyp
ΠxyESxypSxySxyp

«P» et «S» désignant respectivement le foncteur de la permission et celui de l'obligation.

Précisons en outre que la *permission* à laquelle nous reconnaissons les propriétés indiquées ci-dessus est celle que nous appelons à la suite de G. H. von Wright [8] la *permission faible* ; quant à l'*obligation*, à l'*interdiction* et à la *non-obligation* dont il est ici question, il s'agit des termes obtenus à partir de la *permission faible* par la voie des définitions classiques, autrement dit de l'*obligation forte*, de l'*interdiction forte* et de la *non-obligation faible*. En ce qui concerne en revanche l'*obligation* et l'*interdiction faibles* d'une part, la *permission* et la *non-obligation fortes* d'autre part, nous aurions simplement à notre avis les propriétés suivantes :

2bis - 4quater	pour l'*obligation*
2 - 4bis	pour l'*interdiction*
2bis - 4ter	pour la *permission*
2 - 4	pour la *non-obligation*

Certaines des propriétés que nous indiquons ici ont d'ailleurs été dégagées déjà par d'autres auteurs. Ainsi, en reconnaissant à la *permission faible* la propriété 4bis, et à la *permission forte* la propriété 4ter, nous ne faisons que reprendre des résultats de G. H. von Wright [9] montrant que pour la «weak permission»

$$P(p \vee q) \leftrightarrow Pp \vee Pq$$

tandis que pour la «strong permission»

$$P(p \vee q)) \leftrightarrow Pp \,\&\, Pq$$

Choisissons un prédicat complétif comme x *hésite à* et précisons «arbitrairement» son sens : *hésiter à p* c'est *n'avoir encore décidé ni p ni non-p*. Il semble que nous puissions lui reconnaître les propriétés suivantes :

2bis

Car *si p implique q, alors si j'hésite à q j'hésite à p*

4ter

Car *j'hésite à p et j'hésite à q si et seulement si j'hésite à p ou q* (ou inclusif)

5bis

Car *j'hésite à p si et seulement si j'hésite à ne pas hésiter à p* (c'est-à-dire *si et seulement si j'hésite à décider p ou non-p*)

Comparons enfin les propriétés des six prédicats complétifs

— *certainement*
— *probablement*
— x *s'attend à ce que...*
— x *veut que...*
— x *espère que...* (ou x *souhaite que...*)
— x *craint que...*

Les propriétés 1 et 1bis s'appliqueront toutes deux au premier de ces prédicats et ne s'appliqueront qu'à lui. La propriété 2 s'appliquera indiscutablement aux trois premiers prédicats :

Si p implique q, alors si certainement p, certainement q
Si p implique q, alors si probablement p, probablement q
Si p implique q, alors si x s'attend à p, x s'attend à q (10)

La propriété 2bis s'appliquera au dernier prédicat:

Si p implique q, alors si x craint que q, x craint que p

Il semble en revanche normal de refuser les propriétés 2 et 2 bis aux 4ème et 5ème prédicats, encore que la décision dépende du sens exact qu'on donnera à ces deux expressions. De même sera-t-on d'accord pour reconnaître au premier et au troisième prédicats la propriété 3

Si p implique non-q, alors s'il est certain que p, il n'est pas certain que q
Si p implique non-q, alors si x s'attend à p, x ne s'attend pas à q

On accordera ou on refusera la même propriété au deuxième prédicat selon qu'on appelle «probable» *l'évènement qui a pour lui la majorité des chances* ou simplement *celui qui a pour lui quelque chance.* Le dernier prédicat de la liste est caractérisé par la propriété 3ter. Quant aux 4ème et 5ème prédicats, la décision dépendra ici, une fois de plus, d'une meilleure détermination de leur définition. On attribuera la propriété 4 au 1er, au 3ème et sans doute aussi au 4ème prédicats complétifs.

Certainement p et certainement q si et seulement si certainement p et q
x s'attend à p et x s'attend à q si et seulement si x s'attend à p et q; x veut que p et x veut que q si et seulement si x veut que p et q

En revanche c'est la propriété 4ter qui caractérise le dernier prédicat complétif:

> x *craint que p et* x *craint que q si et seulement si* x *craint que p ou q*

Quant au prédicat complétif x *espère que*, on se décidera pour 4 ou pour 4ter selon l'acception précise qu'on en retiendra. Sans doute faut-il accorder la propriété 5 au 1er prédicat complétif; peut-être au 2ème et au 4ème. On la refusera en revanche aux trois autres:

> *Il est certain que p si et seulement si il est certain qu'il est certain que p*
> *Il est probable que p si et seulement si il est probable qu'il est probable que p*
> x *veut que p si et seulement si* x *veut qu'il veuille que p*

Quant à la 7ème propriété beaucoup de confusions inhérentes à la rationalité vulgaire tiennent à sa mauvaise reconnaissance. L'usage que nous faisons dans la plupart de nos langues indo-européennes des verbes *vouloir* et *devoir* comporte cette faiblesse que tantôt il accorde et tantôt il refuse à ces verbes cette 7ème propriété: nous entendons souvent *je ne veux pas, je ne dois pas* au sens de *je veux que ...ne ...pas, je dois ne pas*, sans que cette identification soit systématique. La datation est en revanche un bon exemple de prédicat complétif auquel il est difficile de refuser cette propriété.

A tel moment non p si et seulement si il ne se trouve pas qu'à ce moment p.

De même, si nous précisons l'acception du prédicat complétif *probablement*, en sorte qu'il signifie *il* y *a au moins 50 % de chances que*, nous devrons lui reconnaître sans discussion possible la dite propriété.

*
**

Dans quelle mesure les propriétés que nous avons inventoriées sont-elles compatibles entre elles ? Autrement dit, comment établir que les systèmes engendrés par les rapprochements de propriétés, que nous avons suggérés sur l'exemple de prédicats précis, ne sont pas contradictoires ? Le principe de telles démonstrations est extrêmement simple.

Pour établir par exemple que le système né du rapprochement des propriétés 1, 2, 3, 4, 5 et 6 est consistant, il suffit d'en donner le modèle suivant: si nous ajoutons au système l'équivalence de «$\varphi\alpha$» («φ» désignant le prédicat complétif en question et «α» une expression bien formée quelconque) avec «α», les propositions caractéristiques des six propriétés prennent tout simplement la forme de thèses du *calcul* classique *des propositions,* dont la non-contradiction est démontrée; du même coup nous démontrons la non-contradiction des systèmes précédemment rencontrés qui étaient engendrés par le rapprochement de certaines seulement des six propriétés en question (par exemple le système 1 - 2 - 3 - 4 - 5, ou 2 - 3 - 4 - 5 ou encore 2 - 4). La même démonstration peut s'appliquer au système né du rapprochement de 1bis, 2, 3bis, 4bis, 5 et 6 et, par le fait même, à ses sous-systèmes comme 2 - 3bis - 4bis - 5 ou 2 - 4bis.

Pour démontrer la non-contradiction du système 1ter - 2bis - 3ter - 4ter - 5bis - 6bis (et par le fait même de ses sous-systèmes) il suffit d'ajouter au système l'équivalence de «$\varphi\alpha$» avec «$N\alpha$»: ici encore les propositions caractéristiques de ces six propriétés prennent alors la forme de thèses du *calcul des propositions.* La même démonstration s'applique au système 1quater - 2bis - 3quater - 4quater - 5bis - 6bis et à ses sous-systèmes.

Il est même possible de s'élever jusqu'à une démonstration plus ambitieuse et de montrer avant toute interprétation intuitive que

(1) — les propositions caractéristiques des propriétés 1, 1bis, 2, 3, 3bis, 4, 4bis, 5, 6, et 7 forment entre elles un système non-contradictoire, puisque l'équivalence entre «$\varphi\alpha$» et «α» les transforme toutes en thèses du *calcul des propositions.*

(2) — les propositions caractéristiques des propriétés 1ter, 1quater, 2bis, 3ter, 3quater, 4ter, 4quater, 5bis, 6bis

et 7 forment entre elles de leur côté un système non-contradictoire, puisque l'équivalence entre «φα» et «Nα» les transforme toute en thèses du *calcul des propositions.*

Toutes les démonstrations antérieures de non-contradiction se ramènent évidemment à l'un de ces deux cas.

***

Les analyses précédentes, par lesquelles nous avons essayé d'illustrer ce que pouvait être une *théorie des prédicats complétifs monadiques* tendent à montrer qu'au lieu de prendre les modalités, les normes etc., comme objets d'une étude chaque fois particulière, il est possible d'intégrer leur étude à une théorie générale. Dans cette théorie générale, *logique modale* et *logique déontique* ne sont évidemment pas les seules à avoir leur place. L'évocation d'adverbes comme «toujours», «parfois» ou «jamais» a montré que la présente théorie n'était pas non plus sans rapport avec la logique du temps. Nous avons vu aussi que rien ne nous empêchait de considérer la date comme un prédicat complétif à un unique argument propositionnel; nous serions d'ailleurs amené à accorder à ce prédicat les propriétés que nous avons recensées sous les numéros 2, 3, 4, 5, 6 et 7.

Si nous considérions plus particulièrement les foncteurs temporels habituellement mis en œuvre depuis Arthur N. Prior, nous arriverions, sur la base des propriétés précédentes, à rejoindre dans certaines limites quelques systèmes contemporains. Contentons-nous, pour simplifier, de l'exemple du foncteur «F» avec le sens que lui donne Prior («It will be the case that») ainsi que du foncteur «G» («It will always be the case that»), lequel peut s'obtenir à partir du premier par la simple définition

$$Gp =_{def} NFNp$$

On reconnaîtra assez facilement au prédicat complétif «F» les propriétés 2, 3bis et 4bis. En ce qui concerne cette dernière propriété, il suffira d'ailleurs de postuler 4'bis, puisque, nous l'avons vu, 4''bis se laisse déduire de 2. Nous pouvons donc poser déjà les trois axiomes suivants:

(2) CCpqCFpFq
(3bis) CCpqCNFNpFq
(4'bis) CFApqAFpFq

à propos desquels nous ferons observer que 3bis est équivalent à

CCpqCGpFq

thèse à partir de laquelle la substitution q/p permet de détacher

CGpFp

tandis que 4bis est équivalent à

EGKpqKGpGq

On pourra discuter sur l'opportunité de reconnaître au prédicat complétif «F» la propriété 1bis

(1bis) CpFp

que certains systèmes admettent comme axiome ([11]). Quant à la propriété 5, il convient d'examiner successivement les deux implications qui la constituent. L'une de ces implications

(5'') CFFpFp

qu'il conviendrait d'ajouter à notre axiomatique, nous paraît, pour notre intuition du temps, entièrement satisfaisante. Mais si nous avions déjà postulé 1bis, nous en déduirions facilement

(5') CFpFFp

ce qui nous permettrait de reconnaître au prédicat complétif

«F» l'intégralité de la 5ème propriété. Cependant comme l'a noté Prior ([12]), cette proposition ne vaut que si le temps est «dense», c'est-à-dire n'est pas constitué d'une succession discontinue d'instants: sinon, à l'avant-dernier instant pendant lequel p, «Fp» serait vrai, tandis que «FFp» ne le serait plus. Ici encore à nous de déterminer l'acception de nos prédicats complétifs en sorte qu'ils excluent toute ambiguïté.

Mais il y a non seulement une logique modale, une logique déontique, une logique temporelle; il y a aussi une logique de la crainte, une logique de l'espoir, une logique de la décision ou de l'hésitation. L'articulation de la plupart de nos raisonnements ordinaires procède de la mise en jeu de toutes ces logiques, dont nous avons essayé de montrer qu'elles ne devaient en constituer qu'une seule. On est d'ailleurs en droit de se demander si ces logiques que nous venons de rencontrer dans l'analyse de situations anthropologiques ne sont pas ce que Husserl désignait comme l'*a priori* psychologique, dont l'inventaire devait selon lui précéder toute étude de psychologie empirique.

NOTES

(1) Cf. [1].

(2) [2], pp. 215-216.

(3) [2], p. 216.

(4) Puisque le nombre *m* des arguments de nature individuelle est indifférent, nous n'hésiterons pas à appeler *monadiques* tous les prédicats complétifs n'ayant *en matière de désignation d'un contenu propositionnel* qu'un seul argument. De même pourrons-nous parler de prédicats *dyadiques, triadiques,* etc., sans nous occuper du nombre des arguments désignant un individu.

(5) En fait il suffit de rapprocher la propriété 2 de la sous-propriété 4" pour pouvoir établir

$$C\varphi CpqC\varphi p\varphi q$$

Il y a d'ailleurs beaucoup d'autres manières suffisant à obtenir le même résultat: par exemple le rapprochement des propriétés 1 et 2, ou encore celui de 4'bis avec 1 ou avec 3. Au surplus on peut reconnaître à certains prédicats complétifs la propriété caractérisée par cette proposition tout en leur refusant néanmoins d'autres propriétés dont on aurait pu la déduire.

Ainsi en est-il de certaines représentations de la relation du *savoir*. Certains admettront assez facilement que

Si je sais que si p alors q, alors, si je sais que p, je sais que q

tout en refusant d'admettre que

Si, si p alors q, alors, si je sais que p, je sais que q

ou encore que

Si je sais que p ou q,alors,je sais que p ou je sais que q.

Dans un cas de ce genre, faute de pouvoir déduire

$$C\varphi CpqC\varphi p\varphi q$$

il faudra le postuler.

(6) L'attribution de la propriété 2 à la relation

x *sait que...*

ne va pas non plus de soi comme en témoigne la note précédente. Nous pourrions déjà dire ici que cette propriété 2 ne caractérise que le savoir cohérent.

(7) [2], p. 206.

(8) Cf. en particulier [4], p. 26.

(9) [4], p. 32.

(10) A condition qu'il s'agisse ici d'une attente cohérente et éclairée.

(11) [3], p. 61.

(12) [3], p. 39.

BIBLIOGRAPHIE

[1] GARDIES, Jean-Louis — Une particularité du raisonnement juridique: la présence de fonctions complétives, *Le raisonnement juridique, Actes du Congrès mondial de philosophie du droit et de philosophie sociale*, Bruxelles, 1971, pp. 63-69.

[2] GARDIES, Jean-Louis — Logique déontique et théorie générale des fonctions complétives, *Logique et analyse*, 61-62, mars-juin 1973, pp. 143-220.

[3] PRIOR, Arthur Northern — *Past, present and future*, Oxford, At the Clarendon Press, 1967, X-217 p.

[4] WRIGHT, Georg Henrik von — An essay in deontic logic and the general theory of action, *Acta philosophica fennica*, Fasc. XXI, North-Holland publishing company, Amsterdam, 1968, 110 p.