CONFIRMATION ET INFORMATION METATHEORIQUE

G. G. Granger

I — *Les paradoxes des corbeaux*

1.1. Rappelons brièvement le schéma des «paradoxes de la confirmation» tels qu'ils apparaissent dans une abondante littérature. Soit à «confirmer» par des observations empiriques une loi ayant la forme d'une implication universelle: (x) ($Ax \Rightarrow Bx$), A et B désignant des propriétés empiriques susceptibles d'être constatées pour les individus x d'un certain domaine d'expérience. Appelons (1) la formule $Ax \Rightarrow Bx$.

1° Si nous admettons que tout constat empirique dont l'énoncé est conforme à l'une des conditions de vérité de (1) est confirmant, on aura comme constats confirmants:

$$\begin{array}{c} A\mathrm{a} \,.\, B\mathrm{a} \\ \mathit{non}\ A\mathrm{b} \,.\, B\mathrm{b} \\ \mathit{non}\ A\mathrm{c} \,.\, \mathit{non}\ B\mathrm{c} \end{array}$$

Bien plus, *non* Ad constitue à lui seul une instance confirmante, de même Be, puisqu'une implication est vraie quand l'implicante est fausse (quelle que soit l'impliquée), ou l'impliquée vraie (quelle que soit l'implicante). Le bon sens répugne pourtant très manifestement à considerer comme apportant une confirmation à l'universelle aucun des constats écrits plus haut, à l'exception du premier: Aa . Ba. Première situation paradoxale, à laquelle on échappera en érigeant en norme le critère dit de Nicod: seuls sont confirmants les constats dont l'énoncé est de la forme: Aa . Ba.

2° Malheureusement le critère de Nicod entre apparemment en conflit avec une autre exigence. Transformons (1) en une formule équivalente dans le calcul des énoncés, soit: *non* $Bx \Rightarrow$ *non* Ax. On s'attend à ce que toute instance confirmante de la clôture de (1) soit en même temps instance confirmante de (x) (*non* $Bx \Rightarrow$ *non* Ax). Or le critère de Nicod l'interdit, puisque la seule instance confirmante de ce dernier énoncé doit être la forme: *non* Ba . *non* Aa, laquelle n'est pas confirmante, selon ce critère, pour l'énoncé primitif.

1.2. Si l'on adhère aux exigences du sens commun rappelées au 1°, il faut, pour élucider le paradoxe, montrer pourquoi certaines instances conformes aux conditions de vérité sont cependant rejetées comme peu confirmantes ou non confirmantes et, d'autre part, expliquer pourquoi et comment l'équivalence logique de deux énoncés n'est pas une condition suffisante pour assurer l'identité de leurs conditions de confirmation. Nous ne discuterons pas les diverses solutions proposées, qui, toutes font apparaître un aspect intéressant de la question, sans qu'aucune puisse être reconnue pour pleinement satisfaisante. Celle que nous formulons est simple, et s'attache à considérer le problème de la confirmation d'énoncés empiriques quantifiés, indépendamment de tout appareil probabiliste, qui ne nous semble pas avoir sa place à ce niveau de raisonnement inductif.

2 — *Fondement du critère de Nicod*

2.1. La formulation d'une loi empirique au moyen d'un énoncé implicatif quantifié universellement correspond-elle à un processus effectif ? Notre thèse est que cette formulation est correcte *a parte post*, mais que la procédure de confirmation ne consiste point à *vérifier la présence de situations empiriques conformes à celles qui satisfont cet énoncé*. Ce que l'observateur se propose, c'est de découvrir des constats compatibles avec l'hypothèse: «tout individu qui satisfait Ax satisfait aussi Bx». Autrement dit, ce n'est pas une connexion matérielle d'implication dont on vérifie la compatibilité avec l'expérience, mais une *liaison métathéorique de conséquence*. L'hypothèse correspond donc à un schéma sémantique et c'est ce schéma qui est ou non confirmé par le constat, en un sens qu'il nous faudra préciser.

Dans ces conditions, l'énoncé implicatif ne représenterait qu'une traduction de cette liaison sur le plan du calcul, et n'aurait donc point d'existence *a parte ante*. Toutefois si tous les constats empiriques peuvent être exprimés au moyen d'énoncés possédant les propriétés requises pour engendrer un calcul booléien, le passage de la conséquence à l'implication est alors garanti par le théorème de la déduction.

Nous introduirons le vocabulaire suivant.

Un UNIVERS est un ensemble d'individus muni des deux propriétés notées *A*x et *B*x, et *complètement* déterminé du point de vue des rapports ensemblistes des domaines de celles-ci. Un TYPE D'UNIVERS est *incomplètement* déterminé de ce point de vue, et correspond donc à une classe d'univers partiellement distincts.

Une représentation commode en est donnée par les diagrammes de Venn, dans lesquels les parties reconnues comme vides seront chargées du signe *0*, les parties reconnues comme non-vides du signe *1*, et les parties indéterminées seront laissées en blanc.

Un MODELE d'un énoncé libre *A*x (ou d'un énoncé individuel qui en est une instance) est un point *a* de l'univers considéré, tel que *A*a soit constaté.

Un univers (ou type d'univers) est COMPATIBLE avec un énoncé libre s'il y existe au moins un modèle de cet énoncé.

Un type d'univers est INCOMPATIBLE avec un énoncé libre si aucun de ses points n'est modèle de cet énoncé.

Un schéma métathéorique validant un énoncé implicatif universel dans un type d'univers exprime une propriété sémantique de cet énoncé. Un type d'univers (ou univers) est IMAGE d'un énoncé implicatif universel s'il est le type le moins déterminé dans lequel cet énoncé est validé par le schéma correspondant.

Une telle conception sémantique rejette toute validation d'un hypothèse universelle *par vacuité*: dire que «tout modèle de *A*x est modèle de *B*x» suppose que l'univers n'est dépourvu ni de modèles de *A*x, ni de modèles de *B*x [1].

2.2. Si notre description du processus de confirmation est exacte, il faut dire alors que tout constat relatif aux prédicats *A*x et *B*x en question fournit à l'observateur une *information* sur les types d'univers qui sont compatibles avec lui. Au lieu de supposer par avance le type correspondant à l'implication de *B* par *A*, et de vérifier si le constat lui est conforme, on construit le type d'univers autorisé par ce constat, et on le compare à *l'image* de l'hypothèse.

Examinons de cette manière l'information apportée par le constat qui s'énonce *A*a . *B*a. L'expérience nous apprend ici seulement qu'*il y a des modèles de A*x *qui sont aussi modèles de B*x. Le *T.U.* compatible avec le constat est donc celui de la fig. I.

Fig. I

T.U. compatible avec *A*a . *B*a

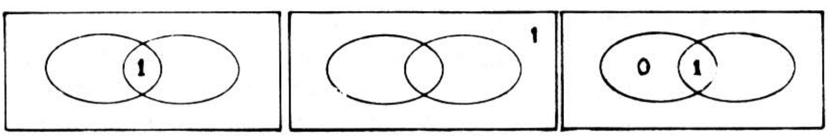
Image de (x) (Ax $\Rightarrow$ Bx)

Comparons-le avec *l'image* de l'hypothèse: (x) (Ax $\rightarrow$ Bx) représentée sur la même figure, laquelle montre simplement que les seuls constats exclus sont de la forme: *A*x . non *B*x, et que l'implication n'a pas lieu par vacuité.

Nous constatons que le *T.U.* compatible avec *A*a . *B*a est *conforme* à l'image de l'hypothèse, en ce sens qu'ils sont *superposables partie par partie sans conflit des déterminations.*

2.3. Appliquant la même méthode au constat: *non A*b . *non B*b, nous vérifions que le T.U. compatible est encore *conforme* à l'image de l'hypothèse implicative (Fig. II).

Fig. II



T.U. compatible avec *A*a . *B*a

T.U. compatible avec *non A*b . *non B*b

Image de (x) (Ax $\Rightarrow$ Bx)

Toutefois, cette conformité a lieu ici par indifférence, les parties du *T.U.* compatible ne s'accordant avec celles de l'image qu'*à la faveur d'une indétermination*. Au contraire, dans le cas du constat *A*a . *B*a, la conformité avait lieu par coïncidence d'une des parties déterminées. Nous sommes donc en mesure de distinguer deux niveaux de conformation:

1. Tout constat dont le *T.U.* compatible est conforme à l'image de l'hypothèse est *pré-confirmant*.

2. Tout constat dont *le T.U.* compatible est conforme à l'image de l'hypothèse par l'une au moins de ses parties déterminées est *strictement* confirmant.

On vérifie aisément que, selon ces principes, seul le constat qui s'énonce *A*a . *B*a est strictement confirmant pour l'hypothèse. Les deux autres constats qui correspondent à des conditions de vérité de la formule libre *A*x ⇒ *B*x sont tous deux pré-confirmants.

Nous sommes donc parvenus à une solution de notre premier problème qui justifie le sens commun, élimine le paradoxe, et donne un fondement précis au critère de Nicod.

3 — *Equivalence logique et confirmation*

3.1. Reste le paradoxe suscité par application de ce critère à la contraposée de l'hypothèse. Mais notre interprétation sémantique en supprime l'apparition.

Ce ne sont pas en effet directement les deux formules libres équivalentes qu'il faut confirmer, mais leurs images sémantiques, qui diffèrent. L'image de l'hypothèse: (x) (*non B*x ⇒ *non A*x) doit être représentée comme sur la figure III: tout modèle de *non B* est aussi modèle de *non A*, ce qui signifie que la partie *non A*x . *non B*x n'est pas vide, et qu'est vide au contraire la partie *A*x . *non B*x.

Fig. III

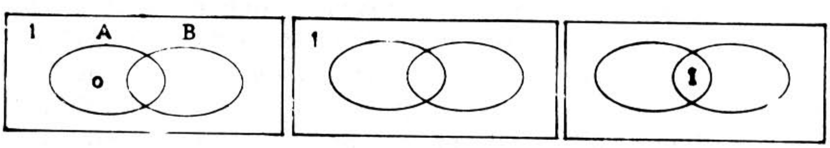


Image de (x) (*non B*x ⇒ *non A*x)	T.U. compatible avec *non A*a . *non B*a	T.U. compatible avec *A*b . *B*b

On vérifie alors que c'est cette fois le constat *non Aa . non Ba* qui est *strictement confirmant*, car son T.U. compatible est conforme à l'image de la nouvelle hypothèse par sa partie déterminée. Le constat *Ab. Bb* demeure du reste en ce cas, comme on voit, pré-confirmant.

3.2. La théorie sémantique des deux niveaux de confirmation conduit donc à admettre, en accord avec la logique, que les constats correspondants aux conditions de vérité de deux énoncés équivalents sont, pour les deux, également pré-confirmants. Mais elle explique aussi, en accord avec le sens commun, pourquoi certains constats sont cependant strictement confirmants pour un énoncé plutôt que pour l'autre.

Cette dissymétrie demeure il est vrai paradoxale, si l'on admet que les énoncés empiriques sont des objets absolument booléiens tels que deux énoncés *logiquement équivalents* apportent des *informations identiques*. Nous pensons qu'il n'en est plus ainsi dès que l'on introduit des prédicats quantifiés et leur négation, pour des domaines non exhaustibles d'individus. On ne peut jamais en effet *constater* alors qu'une partie de l'univers *est vide*. Or la possibilité d'un tel constat est requise pour que les transformations booléiennes comportant la négation puissent se refléter correctement dans les contenus d'information sur le monde que les observations nous apportent. Ce caractère non-booléien du monde empirique fait qu'il n'est nullement indifférent de mettre à l'épreuve l'hypothèse que «tous les corbeaux sont noirs», plutôt que l'hypothèse — pourtant booléiennement équivalente — qu'«aucun objet non-noir n'est un corbeau». L'interprétation sémantique, avec rejet des validations par vacuité, tient compte de ce caractère, et permet de retrouver ainsi logiquement la dissymétrie des informations.

Ce que nous avons visé par la présente étude était justement de reconnaître dans le processus inductif l'articulation d'une déduction proprement dite et d'une stratégie organisant l'information empirique. Nous avons montré les limitation de cet aspect déductif, mais aussi sa cohérence et sa validité intuitive. Au delà, les postulations stratégiques par lesquelles il est possible d'affiner le raisonnement empirique exigent un calcul des probabilités, et des règles de décision. Ainsi se trouvent placés dans leur perspective propre les principes d'une analyse purement propositionnelle et ceux d'une analyse bayesienne des paradoxes de l'implication.

«Cassiopée», mai 1972 Gilles GRANGER

Je remercie mes collègues et amis David BRAYBROOKE, Dalhousse University, Halifan (N.S.)), Andrès RAGGIO, (Universités de Cordoba et Aix), et Jules VUILLEMIN, (Collège de France) qui ont bien voulu discuter et commenter un premier état de cet article.

NOTES

(1) Présupposition qu'on retrouve dans la syllogistique d'Aristote, dont nous avons tenté de donner une interprétation sémantique. (cf. «Le syllogisme catégorique d'Aristote», *l'Age de la Science*, III. 4. 1970, p. 281-310).