

SUR LA TRIVALENCE

Robert BLANCHÉ

Ce qui déconcerte dans la logique trivalente de Łukasiewicz (¹), ce n'est pas tant qu'elle soit trivalente, ce serait plutôt qu'elle ne l'est pas assez, ayant laissé subsister des traces de bivalence; d'où un certain manque d'homogénéité, qui entraîne à son tour des distorsions et des bizarreries. La matrice de la négation étonne. Désignons, pour abrégé, par V , F et P les trois valeurs que Łukasiewicz fait correspondre respectivement au vrai, au faux et au possible. Que la négation de V donne F , cela est certes normal dans un système bivalent, mais cesse de l'être avec l'introduction d'une troisième valeur, qui modifie l'équilibre du système: comme si rien n'était changé dans les rapports entre les deux termes d'un duo quand on les intègre à un trio. Dans un système bivalent, il y a équivalence entre $V \sim p$ et $\sim Vp$, car ici les contraires (négation postposée au foncteur) se confondent avec les contradictoires (négation préposée), de sorte qu'on a: $V \sim p \equiv \sim Vp \equiv Fp$; et de même, analogiquement, pour la négation du faux. Mais avec la trivalence, ces deux opposées se différencient, de sorte que la négation de l'une des trois valeurs n'est plus équivalente à l'une des deux autres, mais à leur disjonction. Dénier à p la valeur du vrai, c'est dire qu'il a celle du faux ou celle du possible. Si l'on peut maintenir $V \sim p \equiv Fp$, on ne voit pas comment conserver $\sim Vp \equiv Fp$, car $\sim Vp$ équivaut alors, en vertu même de la trivalence, à $Fp \vee Pp$. D'autre part, il y a aussi quelque chose de choquant dans la façon dont est introduite la négation de la troisième valeur. On peut sans doute admettre l'équivalence $Pp \equiv P \sim p$, car dire qu'il est seulement possible que je sois demain à Varsovie, revient à dire qu'il est possible aussi que je n'y sois pas. Mais non pas l'équivalence $\sim Pp \equiv Pp$; car pour un possible qui est conçu comme un possible-contingent, occupant une position médiane entre les deux autres valeurs dont il est la négation conjointe ($Pp \equiv \sim Vp \cdot \sim Fp$), sa négation normale

devrait aussi se trouver, toujours en raison même de la trivalence, dans la disjonction des deux autres valeurs: $\sim Pp \equiv . Vp \vee Fp$. On éviterait ainsi cette première bizarrerie d'une négation qui soit équivalente à l'affirmation, et dont on se demande alors à quoi elle peut bien servir, et cette seconde bizarrerie d'un traitement hétérogène par rapport aux deux autres valeurs, puisque, pour aucune de celles-ci, la négation n'a pour effet de la ramener ainsi sur elle-même.

Ces considérations d'équilibre interne peuvent sembler purement formelles, et donc hors de propos ici, puisque le dessein déclaré de Łukasiewicz était de construire un calcul qui, contrairement à celui de Post, fût exactement adapté à une certaine interprétation intuitive. Il s'agissait d'élaborer un calcul propositionnel où fût réservée une place, à côté des propositions vraies et des propositions fausses, à celles qui portent sur des futurs contingents, et de présenter ainsi une logique accordée à une métaphysique non-nécessitaire. Les bases axiomatiques d'un système formel pur sont affaire de convention, et pourvu qu'elles soient consistantes entre elles, il n'y a rien de plus à exiger, abstraction faite des qualités quasi-esthétiques qu'on peut souhaiter telles que l'élégance, une certaine symétrie dans les structures, une richesse finale à partir d'une simplicité initiale, etc. Mais quand aux symboles algorithmiques on fait correspondre des mots du langage courant, ces mots vont maintenant prendre le sens dicté par l'emploi qui en est fait dans les axiomes; et si l'on peut admettre que celui-ci ne coïncide plus exactement avec le sens habituel, toujours un peu flottant, du moins est-on en droit de demander qu'il ne s'en écarte pas trop sensiblement, comme il nous semble que c'est le cas ici. Car, à moins qu'on ne les entende au sens épistémique de «connu comme vrai» et «connu comme faux», un vrai et un faux qui cessent de former alternative perdent un de leurs traits caractéristiques. Et surtout, la nouvelle négation revient à dissocier au moins implicitement, mais de façon paradoxale, les deux notions de négation et d'exclusion. En effet, tandis que la position de l'une quelconque des trois valeurs revient, en vertu même de la trivalence, à exclure les deux autres, ou bien elle équivaut à ne nier que l'une des

deux autres, ou bien elle équivaut à se nier elle-même.

Devant ces difficultés, nous nous demanderons s'il n'est pas possible de construire un système à base ternaire qui possède les trois propriétés suivantes: 1° Indépendamment de toute interprétation concrète, et notamment de celle que Łukasiewicz entendait lui donner, posséder une structure qui soit une «bonne forme», bien équilibrée, sans lacunes ni distorsions. 2° Etre susceptible de recevoir une ou même plusieurs interprétations intuitives dans le domaine logique, être apte en particulier à se réaliser dans le modèle qui gravite autour des notions du possible et du contingent. 3° Etre tel qu'il permette de conserver la bivalence du vrai et du faux: ce pourquoi nous éviterons de le qualifier de trivalent, et parlerons plutôt d'un système *ternaire* ou *triadique*. Nous désignerons les termes de cette triade par les voyelles A, E et Y, entendues d'abord comme de purs symboles.

Par un tel propos, nous ne prétendons ni corriger le système de Łukasiewicz, ce qui serait outreduidant, ni même proprement le remplacer. Car nous renonçons à l'ambition qui était la sienne: non seulement de construire une logique qui réservât une place aux propositions qui portent sur les futurs contingents, ce qui eût été assez banal, mais de la construire en demeurant sur le plan du calcul propositionnel assertorique, en intégrant à ce système vérifonctionnel la notion du possible; en d'autres termes, de s'épargner d'avoir à surajouter un calcul modal au calcul assertorique classique, à condition d'élargir ce dernier par l'abandon de la bivalence. Malgré le mélange des deux vocabulaires, la valeur du «possible» devait donc y être entendue comme une valeur aléthique, sur le même plan que le «vrai» et le «faux». Il est permis de nourrir quelques doutes sur les chances de succès d'un tel projet. Nous pensons qu'on ne ferait plus trop de difficultés aujourd'hui à admettre que l'alternative du vrai et du faux domine tout calcul, de même que toute langue est dominée par une métalangue. On peut certes dire de telle formule d'un calcul trivalent qu'elle a la valeur tierce, mais alors cette nouvelle proposition qui porte sur la formule est tenue pour vraie ou pour fausse, et donc soumise à la bivalence; et si l'on s'arrange pour

introduire la valeur tierce dans la métalangue, la bivalence se retrouvera au niveau de la méta-métalangue. C'est pourquoi notre dessein sera bien plus modeste, et mieux à la mesure de nos propres moyens.

*
**

Avec la bivalence, c-à-d. avec une dyade telle que celle du vrai et du faux classiques, il y a *alternative* entre les deux valeurs: la négation ou exclusion de l'une quelconque équivaut à l'affirmation ou position de l'autre. Un tel système n'est pas seulement bien équilibré, on peut aussi le qualifier de parfait, en ce sens que ses termes sont à la fois mutuellement exclusifs (sans recouvrements) et collectivement exhaustifs (sans lacunes). Le rapport entre les deux valeurs y est celui qui règne entre des *contradictaires*. Mais dès qu'on introduit une troisième valeur, c-à-d. quand à la dyade on substitue une triade, on ne peut plus, de toute évidence, maintenir entre ces trois valeurs une alternative. On ne saurait conserver dans un système ternaire une propriété qui est vraiment un *propre* du système binaire. Pour que le nouveau système demeure équilibré, il faut substituer à l'alternative, qui ne peut jouer qu'entre deux termes, l'*incompatibilité* qui, symétrique comme l'alternative, peut jouer, elle, entre un nombre quelconque de termes. Ceux-ci se comporteront donc entre eux comme des *contraires*, tels que, s'il s'agit d'un système simplement ternaire, la position de l'un quelconque d'entre eux soit équivalente à la négation de l'un et l'autre des deux autres, et la négation de l'un quelconque équivalente à la position de l'un ou l'autre des deux autres. Il reposera donc sur les équivalences suivantes:

$$\begin{array}{l} \text{I} \left\{ \begin{array}{l} A. \equiv . \sim E. \sim Y \\ E. \equiv . \sim A. \sim Y \\ Y. \equiv . \sim A. \sim E \end{array} \right. \\ \\ \text{II} \left\{ \begin{array}{l} \sim A. \equiv . E \vee Y \\ \sim E. \equiv . A \vee Y \\ \sim Y. \equiv . A \vee E \end{array} \right. \end{array}$$

En regard du système ternaire de Łukasiewicz, où la négation manque d'homogénéité, ne donnant pas des résultats comparables pour ses trois termes, et paraît flotter entre les contradictoires et les contraires, on aura ainsi reconstitué un système qui, comme celui de la négation binaire classique, soit à la fois homogène et parfait. L'explicitation d'un troisième terme Y se justifie par le besoin que nous avons souvent de penser et d'exprimer la négation conjointe des deux premiers contraires puisque, en tant que contraires, ils peuvent être tous les deux faux et laissent donc une place pour la position et la vérité d'un *tertium*. Partout où nous le rencontrons, Y assurera ainsi l'indispensable office d'un neutre, *ne uter*: ni A ni E.

Maintenant, si les trois termes de notre triade se comportent entre eux comme des contraires, quel est, pour chacun d'eux, son contradictoire ? On sait qu'Aristote, après avoir confondu pendant un temps (*Métaph.* Δ) les deux, était vite parvenu à distinguer entre ces deux formes de l'opposition, celle qui se fait contradictoirement, ἀντιφατικῶς, et celle qui se fait par contrariété, ἐναντιῶς; il avait alors enseigné, à propos précisément du possible, que la vraie négation est la négation préposée, qui donne la contradictoire, et non la postposée, qui donne la contraire (ou la subcontraire quand on passe à la triade des subcontraires, à laquelle nous allons arriver). La négation de *Il est possible que cela soit* n'est pas *Il est possible que cela ne soit pas*, mais bien *Il n'est pas possible que cela soit* (*Herm.* XII, 21 b). Si l'on veut éviter la confusion contre laquelle Aristote nous a mis en garde, il faut donc s'interdire de chercher la négation contradictoire de l'un des termes d'un système triadique dans l'un des deux autres, qu'on ne saurait d'ailleurs comment choisir, et encore moins dans lui-même; elle consiste à poser la *disjonction* des deux autres, comme il apparaît dans nos équivalences II ci-dessus. Rien n'empêchera alors d'affecter un symbole simple à chacune de ces trois disjonctions, et de compléter décisoirement nos équivalences II par les équivalences suivantes, qui sont autant de définitions des nouveaux termes U, I et O:

$$\text{III} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sim A . \equiv . E \vee Y . \equiv . O \\ \sim E . \equiv . A \vee Y . \equiv . I \\ \sim Y . \equiv . A \vee E . \equiv . U \end{array} \right.$$

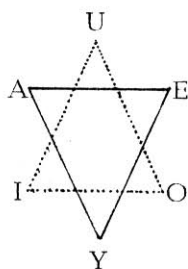
Ces trois contradictoires forment une nouvelle triade UIO, complémentaire de la précédente. Non qu'elle y ajoute vraiment quelque chose qui lui manquait, puisque celle-ci est déjà par elle-même un système complet, sans lacunes. Elle permet seulement de substituer, par une convention de langage, un terme simple nouveau à un terme complexe formé avec des éléments de la triade initiale. Ce qui ne lui apporte proprement aucun élément supplémentaire, mais se borne à baptiser une certaine composition de ses éléments. De sorte que si l'on combine les deux systèmes, on aura naturellement des recouvrements, puisque, de deux manières différentes, c'est le même terrain qu'ils découpent. Dans cette nouvelle triade, considérée seule, le rapport entre deux quelconques de ses trois termes est celui de *disjonction*, qui caractérise la *subcontrariété*. Comme la triade des contraires comporte un élément vrai et deux faux, de sorte qu'on peut y conclure de la vérité de l'un quelconque de ses termes à la fausseté des deux autres (?), il en résulte que la triade de leurs contradictoires comporte nécessairement un élément faux et deux vrais, de sorte qu'on peut y conclure de la fausseté de l'un quelconque de ses termes à la vérité des deux autres. Le rapport de négation contradictoire n'intervient nulle part à l'intérieur de chaque triade, il règne seulement entre les deux systèmes, chacun d'eux trouvant dans l'autre le contradictoire de chacun de ses termes. Le tableau III nous a donné les contradictoires des termes du trio des contraires, le tableau IV remplira le même office pour le trio des subcontraires:

$$\text{IV} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sim U . \equiv . Y . \equiv . I . O \\ \sim I . \equiv . E . \equiv . O . U \\ \sim O . \equiv . A . \equiv . I . U \end{array} \right.$$

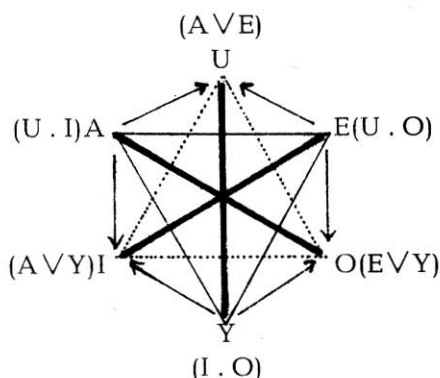
On a pu voir (tableau III) que le contradictoire de chacun des termes de la première triade équivaut à la *disjonction* des

deux autres termes de cette même triade: s'il est faux, l'un ou l'autre de ses autres termes est vrai. On voit maintenant (tableau IV) que le contradictoire de chacun des termes de la deuxième triade équivaut à la *conjonction* des deux autres termes de cette même triade: s'il est faux, l'un et l'autre de ses autres termes sont vrais.

Si l'on veut, pour rendre la chose plus parlante à l'imagination, représenter chacune de ces triades par un diagramme, on choisira naturellement un triangle équilatéral ayant pour sommets les trois valeurs, et pour chaque côté la relation de contrariété ou incompatibilité pour la première triade, de subcontrariété ou disjonction pour la seconde. Et si l'on réduit en une seule structure plus complexe ces deux triangles complémentaires, on obtiendra la figure suivante, où se combinent le triangle des contraires et celui des subcontraires:



On reconnaît aussitôt en filigrane sur cette figure, comme une partie de celle-ci, le carré classique des propositions opposées, et l'on comprend pourquoi nous avons choisi, pour symboliser les termes de nos triades, les voyelles traditionnelles, quitte à y ajouter deux voyelles supplémentaires pour les deux termes nouveaux. Cependant, si notre figure est, en un sens, plus riche que celle du carré d'Apulée, elle paraît à d'autres égards plus pauvre puisqu'elle ne dessine pas les rapports de contradiction ni de subalternation. Mais il n'est pas difficile de les y ajouter, et même de préciser les lignes de la subalternation en marquant par des flèches le sens dans lequel elle joue. On aura ainsi construit un hexagone qui figurera la système hexadique constitué par la composition de nos deux triades ⁽³⁾:



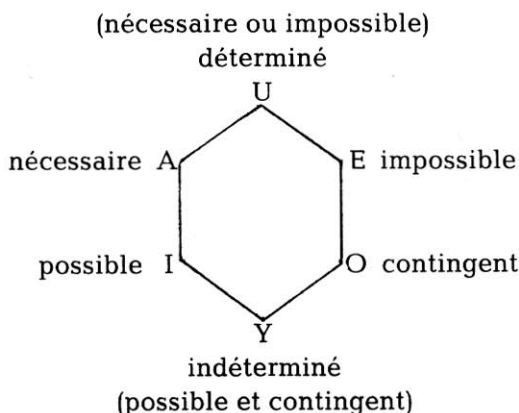
Dans cette figure, la relation de chacun de ses six termes aux cinq autres est exactement précisée. On y distingue nettement l'étoile des contradictoires, le triangle des contraires, celui des subcontraires, enfin la chaîne annulaire des subalternes par laquelle chaque terme est relié à ses deux voisins. On y voit aussi comment, en raison de ces subalternations, chacun des termes est définissable par la combinaison, alternativement disjonctive ou conjonctive, des deux termes qui l'avoisinent, c-à-d. de ceux de l'autre triade qui ne lui sont pas contradictoires.

Avec ses trois axes de symétrie, ce système hexadique a assurément une meilleure forme que le carré logique qui n'en est qu'une ébauche lacunaire; il l'achève en explicitant deux postes qui lui manquaient et dont l'absence déterminait certaines dissymétries, dont la raison n'apparaissait pas clairement. Ces particularités s'expliquent à l'examen de la figure ci-dessus qui, en dégagant les postes U et Y, fait apparaître une symétrie qui restait auparavant dissimulée par l'absence de certains éléments constitutifs.

*
**

Si de ce schéma abstrait on passe maintenant aux interprétations intuitives qu'il admet dans le domaine logique, et tout particulièrement à celle qui s'organise autour de la notion

du possible, c-à-d. au système classique des modalités, on obtiendra le tableau suivant:



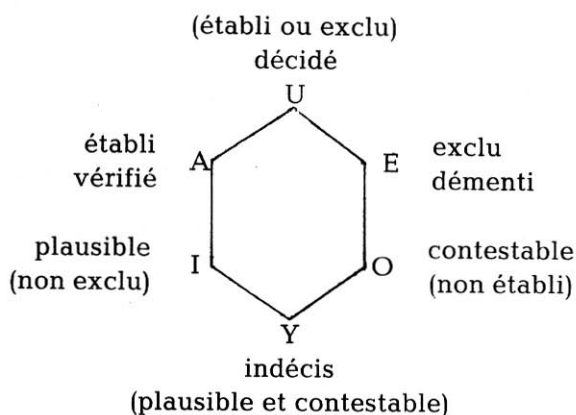
Comparée à ce tableau, la théorie traditionnelle des modalités classiques apparaît comme lacunaire. Sa présentation la plus usuelle respecte apparemment la forme quadratique. Mais ce n'est généralement qu'une apparence, en raison de la coalescence le plus souvent admise du «possible» et du «contingent»: on a alors réellement affaire à une triade, dont l'un des termes se trouve porter un double nom. On sait que cette quasi-synonymie du possible et du contingent remonte à Aristote, et l'on sait également que celui-ci a hésité entre diverses manières d'articuler ce possible-contingent au nécessaire et à l'impossible. Il commence (*Herm.* XIII) par entendre son possible-contingent au sens d'un pur possible, qui se situerait à notre poste I, puis lui donne (*An. pr.* XIII, 32 a 18-19), sans souligner le changement, le sens bilatéral, qui le situe alors en Y. Dans le premier cas, on était en présence, avec quatre vocables, d'une structure ternaire, et bancal. C'est cette forme que les médiévaux consacreront dans leur théorie qui deviendra classique. Dans le second cas, on est bien en présence d'une triade régulière AEY, parfaitement symétrique, dont les termes sont reliés entre eux par un rapport de contrariété. Seulement, l'absence de la triade complémentaire, four-

nissant les contradictoires, crée des embarras; en particulier la latence d'un poste U entraîne des difficultés pour la négation du possible-contingent. D'autre part, le raccord se fait mal avec la conception quadratique des propositions opposées, avec laquelle cependant on combine la théorie des modales.

On s'étonne qu'avec le renouveau de la logique modale à notre époque et l'application qui y est faite des méthodes formelles, celle-ci n'ait guère réussi à se dégager de ces vieilles structures. Ainsi G. H. von Wright (*), distinguant entre le «possible» et le «contingent», construit un système expressément et réellement quaternaire, mais non pas quadratique: car, entendant le possible au sens unilatéral d'un pur possible, et le contingent au sens bilatéral du non-nécessaire et non-impossible, il aboutit à un quaterne bizarrement irrégulier, de structure AEIY. Bizarrement irrégulier, puisqu'il est surabondant (I) par rapport à un triangle de contraires, déficient par rapport à la structure hexagonale (U et O), et à la fois partiellement déficient (O) et partiellement surabondant (I) par rapport au carré classique des opposées. Il laisse ainsi échapper certains rapports essentiels entre ses termes, sans rien de systématique dans ces déficiences. Ainsi, tandis qu'on y trouve le couple de contradictoires EI, on n'y trouve ni le contradictoire de A qui serait O, ni celui de I qui serait U; tandis qu'on y trouve le système des trois contraires AEY, on ne trouve que l'un des éléments, I, du système des subcontraires; même absence d'organisation pour les rapports de subalternation. Tous ces rapports, au contraire, sont clairement marqués dans la structure hexagonale, ce qui permet, en toute objectivité, de qualifier d'achevée et parfaite la forme de cette dernière structure, tandis que la forme de l'autre en est une mutilation.

Le système modal où l'on se rapproche le plus des notions proprement aléthiques, le vrai et le faux, est celui des notions épistémiques. Le vrai y devient un vrai reconnu comme tel, un «vérifié», et le faux un faux reconnu comme tel, un «falsifié». Chacune de ces deux notions dispose d'ailleurs, pour la désigner, d'un jeu de vocables qui permettent de la nuancer, tels que «démonstré», «établi», «reconnu», «avéré», «confirmé», etc., ou «réfuté», «exclu», «démenti», etc. Mais avec cette tra-

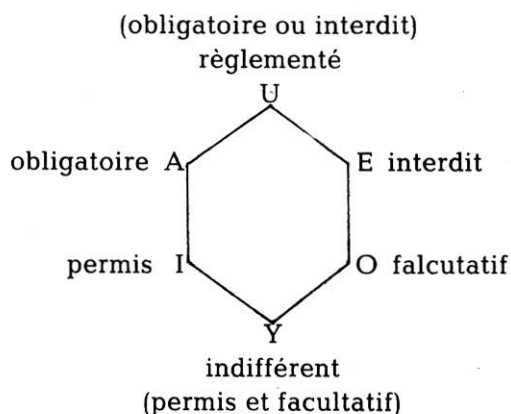
duction des notions aléthiques en notions épistémiques, le système qui était binaire est devenu ternaire, l'alternative des contradictoires y est remplacée par l'incompatibilité des contraires. Ainsi, si l'on entendait les valeurs 1 et 0 de Łukasiewicz en ce sens épistémique, il faudrait, pour l'homogénéité du système, affecter de la même interprétation épistémique la valeur $\frac{1}{2}$, et lui faire signifier ce qui n'est ni connu comme vrai ni connu comme faux, c-à-d. ce qui demeure douteux, incertain, ce devant quoi nous restons indécis. Or la négation du douteux ne ramène pas au douteux lui-même, elle consiste dans le décidé, *entscheidet*, ce qui est connu comme vrai ou comme faux, autrement dit ce qui a non pas la valeur $\frac{1}{2}$, mais la valeur: 1 ou 0⁽⁶⁾. Ainsi se reconstituerait la triade des subcontraires, complémentaire de la précédente, pour aboutir à la structure hexagonale complète, qu'on pourra aussi bien, si l'on part du carré, considérer comme une mutation enrichissante et équilibrante:



Est-il nécessaire de faire remarquer que la trivalence épistémique, simple ou redoublée, n'affecte en rien la bivalence aléthique ? Avec l'interprétation épistémique des modalités, la bivalence intervient deux fois : d'abord dans l'alternative proprement épistémique du connu et de l'inconnu, puis une seconde fois, maintenant dans le domaine du connu, selon que cela est connu comme vrai ou comme faux.

La composition des notions épistémiques en une triade de contraires est tellement naturelle, qu'elle s'est imposée à von Wright, chez qui les trois termes «vérifié», «falsifié», «indécis», forment une triade régulière AEY. On demeure seulement surpris qu'ayant atteint, dans un cas où elle sautait aux yeux, la meilleure structure, l'auteur n'ait pas vu qu'elle convenait aussi bien aux cas voisins. D'où une double difformité dans sa théorie. L'une qui porte sur l'ensemble: alors que son propos était manifestement de souligner l'analogie de structure formelle entre ses modalités «aléthique», «épistémique» et «déontique», son tableau des modalités épistémiques échappe à l'isomorphisme qui règne entre les deux autres tableaux; de sorte que c'est le système normal AEY qui paraît exceptionnel. Et difformité à l'intérieur de chacun des deux autres tableaux, de structure AEIY: nous l'avons déjà relevée pour son système «aléthique», nous allons la retrouver avec son système «déontique».

Avec les modes déontiques, on voit en effet von Wright revenir à la structure boiteuse AEIY, où l'«indifférent» occupe une place intermédiaire entre le poste du «permis» d'une part et, d'autre part, un poste qui demeure inoccupé, et qui serait celui d'un non-obligatoire, c-à-d. d'un facultatif. Pour en faire apparaître les défauts, le mieux sera de dessiner, ici encore, la structure hexagonale où l'on reconnaîtra aussitôt les lacunes et les dissymétries de la structure quaternaire de notre auteur:



*
**

Si on laisse de côté les constructions purement formelles, où tout est permis sous la seule condition de la consistance interne, et dans lesquelles s'exténuent pour finalement s'évanouir les notions de vrai et de faux; si l'on considère seulement les systèmes par lesquels on se propose d'organiser, de façon axiomatique ou axiomatisable, des ensembles de notions qui tombent dans le champ d'études du logicien, comme sont depuis longtemps les notions modales traditionnelles, et depuis peu les notions épistémiques et déontiques: alors on trouvera facilement des systèmes qui reposent sur une base ternaire, plus ou moins symétrique, et l'on pourra dire, si l'on ne limite pas la notion de valeur aux seules valeurs aléthiques, qu'avec eux on a affaire, dans le domaine de la logique, à des systèmes trivalents. Mais une telle trivalence n'entre pas pour autant en conflit avec la bivalence aléthique, celle du vrai et du faux. Si l'on croit assister à l'éclatement de cette bivalence, c'est parce que les notions de vrai et de faux ont plus ou moins glissé de leur sens proprement aléthique vers des sens voisins. Ce qu'on peut alors souhaiter, outre cette discrimination entre le domaine proprement aléthique et ceux qui l'avoisinent, c'est qu'une telle organisation ternaire prenne la meilleure forme, c-à-d. la plus régulière et la moins fallacieuse. Cette forme est celle d'une triade de contraires, appelant pour la compléter, *en raison même de l'alternative du vrai et du faux*, la triade des subcontraires, où ils se reflètent en négatif.

Université de Toulouse

Robert BLANCHÉ

NOTES

(¹) Rappelons que ses *Philosophische Bemerkungen...* de 1930 sont reproduites, en traduction anglaise, dans le recueil de Storrs McCALL, *Polish logic 1920-1939*, Oxford, 1967, p. 40-65.

(²) On aura compris que c'est pour abréger le discours que nous parlons de la vérité ou de la fausseté d'un *terme*. Nous pensons par là au changement éventuel de la valeur de vérité d'une *proposition* quand, dans celle-ci,

on substitue l'un des termes-clés de son système de concepts à l'un des autres: p. ex. *tout* à *quelque*, ou *nécessaire* à *impossible*, ou *plus grand que* à *égal à*, ou *accepté* à *refusé*, etc.

(3) On trouvera une étude plus poussée de cette structure, tant du point de vue de son analyse formelle que de celui de ses applications concrètes, dans notre livre *Structures intellectuelles*, Paris, Vrin, 1966; M. G. Kalinowski en a donné une présentation axiomatique dans les *Etudes philosophiques*, 1967, p. 201-209.

(4) *An Essay in modal logic*, Amsterdam, North Holland, 1951, p. 2 et suiv.

(5) C'est ici l'occasion d'appliquer la discrimination introduite par Aristote entre les deux formes de la négation, préposée ou postposée, la première étant la forme authentique de la négation. La négation de «Savoir» n'est pas «Savoir que non» mais «Ne pas savoir». Et de même la négation contradictoire de 1 n'est pas 0, mais: 0 ou $\frac{1}{2}$; celle de 0 n'est pas 1, mais: 1 ou $\frac{1}{2}$.