

MESURE, VÉRIFICATION, LANGAGE

Jules VUILLEMIN

C'est peut-être Wittgenstein qui a comparé, avec le plus de constance, le langage à une mesure. Dans le *Tractatus*, il n'introduit pas la notion d'image (2.1), sans préciser immédiatement que l'image est comme une règle à mesurer que nous appliquons à la réalité (2.1512) et dont les extrémités sont d'ailleurs seules à toucher l'objet mesuré (2.15121). Il reste fidèle à cette métaphore, s'interrogeant seulement de plus en plus sur la façon que nous avons de pouvoir appliquer les «images» de la mémoire et de l'attente sur la réalité (*Philosophische Bemerkungen*).

On renversera ici les termes de la comparaison pour se demander si la mesure est un langage et si elle retient de celui-ci ses traits les plus originaux.

I

On pourra d'abord décider si la mesure est un langage lorsqu'on aura examiné en quel sens on peut dire qu'elle possède une syntaxe, une sémantique et une pragmatique.

Une syntaxe contient 1°) une liste des règles permettant d'obtenir toutes les formules bien formées de la théorie et seulement elles, 2°) une liste des axiomes et des règles permettant de sélectionner les théorèmes parmi ces formules.

Les formules bien formées sont des formules qui possèdent un sens. Les règles qui les gouvernent permettent d'éliminer les expressions incohérentes. Dans les langues formelles, de telles expressions proviennent de l'usage naïf des concepts fondamentaux: telle est, par exemple, dans la langue des P.M., l'expression $x \notin x$. On pourrait croire que la théorie de la mesure, constamment confrontée à la réalité et à la vérification, se trouve exempte de telles menaces, mais l'histoire de la physique et de la mécanique prouve qu'il en va tout autrement. Qu'on consulte les meilleurs auteurs

du XVI^e au XVIII^e siècle: on apercevra que non seulement ils se servent de concepts imprécis, mais qu'ils comparent des incomparables. Leur incertitude concernant les dimensions de la quantité de mouvement, de l'énergie, de la force, du travail, de la puissance a pour effet d'introduire dans la science des équations aussi dépourvues de sens que les célèbres sommations de séries divergentes. Il faut attendre Fourier pour que la clarté se fasse et qu'on reconnaisse dans son équation aux dimensions une caractéristique fondamentale pour chaque quantité introduite en physique.

Assurément, on a utilisé l'«argument des dimensions» pour déterminer les lois des phénomènes. Bien qu'un tel emploi semble illégitime en ce qu'il néglige les grandeurs sans dimensions ⁽¹⁾, on ne nie nullement la portée heuristique de la considérations des dimensions ⁽²⁾. Mais, si l'on revient à l'origine historique de l'innovation propre à Fourier, on aperçoit la nature syntaxique de l'équation aux dimensions, qui détermine les sentences qu'on pourra recevoir comme bien formées. Suivant la remarque de Wittgenstein, «c'est comme lorsque j'estime d'un coup d'œil la taille d'un homme et que je dis: je crois qu'il doit avoir 170 cm et que je me mets à la mesurer avec un mètre. Or, si je ne sais pas combien il est grand, je sais cependant que c'est avec un mètre et non avec une balance qu'on mesure sa taille... Si l'acte d'attente n'était pas lié avec la réalité, on pourrait attendre un non-sens» ⁽³⁾.

Les équations aux dimensions restreignent la classe des expressions légitimes dans la science. Elles montrent aussi comment on peut construire des grandeurs dérivées à partir des grandeurs fondamentales, comme la logique montre comment on peut construire des propositions moléculaires et générales à partir des propositions atomiques. On n'examinera pas ici quelles sont les grandeurs fondamentales, si toute grandeur dérivée résulte du produit de puissances entières de la masse, de la longueur et du temps, ou s'il convient d'ajouter à la liste des grandeurs fondamentales d'autres

⁽¹⁾ N. R. CAMPBELL, *Foundations of Science*, Part II, Chapter XV, Dover, pp. 403-431.

⁽²⁾ Id., *Ibid.*, pp. 431-346.

⁽³⁾ *Philosophische Bemerkungen*, III, 33.

dimensions et lesquelles. On remarquera seulement que, parce que la vue est le sens humain le plus exact et que, parmi les sensations visuelles, ce sont les sensations de coïncidence et de non-coïncidence qui sont susceptibles de la décision la plus précise, toutes les mesures tendent, de façon directe ou indirectement, par le moyen d'une construction à la fois expérimentale et théorique, à s'organiser sous la forme d'une lecture de coïncidences visuelles. Ainsi lit-on sur le cadran d'une balance les rapports de poids de deux corps.

On est, par là, fondé à prendre pour paradigme de la syntaxe propre à la mesure la lecture de ce cadran. Soit donc une balance simple composée d'un couteau auquel est fixé verticalement une aiguille et sur lequel repose un fléau, en position horizontale lorsqu'il n'est pas chargé, et aux deux bras égaux; au fléau est également fixée une aiguille, perpendiculaire en son milieu. On constate ou bien la coïncidence visuelle des deux aiguilles, ou bien que l'aiguille du fléau fait un angle avec l'aiguille du couteau, lorsqu'on place des corps sur les plateaux du fléau. Le système permet, de façon assez grossière, de vérifier «les axiomes de la quantité». Les relations $>$ et $<$ correspondant à l'existence d'un angle entre les aiguilles sont transitives et asymétriques (si les corps P et Q étant placés sur les plateaux gauche et droit, le fléau penche à droite, il penchera à gauche lorsqu'on intervertit leur place; si les corps Q et R étant encore placés sur les plateaux gauche et droit, le fléau penche à droite, il penchera à droite lorsqu'on placera P dans le plateau gauche et R dans le plateau droit). La relation de coïncidence des aiguilles est une relation d'équivalence. On associe alors à chaque corps un nombre déterminé de la façon suivante: 1) lorsqu'on place plusieurs corps sur un même plateau, on dit qu'on additionne leurs nombres associés; 2) lorsque les aiguilles coïncident, on convient que les corps placés sur les deux plateaux ont même nombre associé; 3) le nombre associé à deux corps ajoutés sur le même plateau est égal à la somme des nombres associés à chacun de ces corps. On choisit une unité en principe entièrement arbitraire, qu'on associe à un corps-étalon, et l'on vérifie que les lois arithmétiques ordinaires valables pour les opérations $+$, $=$ et $>$ sont obtenues quand, dans les expériences, on remplace respectivement par ces symboles la charge de plu-

sieurs corps sur un même plateau, la coïncidence des aiguilles, l'écart de l'aiguille attachée au fléau du côté du corps dont le nombre associé sera placé à gauche du signe «>».

La syntaxe est un système. «La convenance d'une mesure exclut automatiquement toutes les autres. Je dis: «automatiquement»; comme toutes les divisions sont sur *une* règle à mesurer, de même les propositions, qui correspondent aux divisions, forment un tout et l'on ne peut pas mesurer avec l'une d'elles, sans mesurer simultanément avec toutes. — Je n'applique pas la proposition comme règle sur la réalité, mais le *système* des propositions» (4). De son côté, le caractère systématique des mesures permet en principe 1° de les économiser, surtout en vertu des lois de transitivité, 2° de les coordonner, puisque, le seul arbitraire introduit étant le choix de l'unité, on pourra toujours en changer, les relations d'égalité et d'inégalité demeurant invariantes par rapport à ce changement, 3° de les affiner en interpolant et en extrapolant de nouvelles grandeurs dans la série-standard primitive.

Jusqu'ici nous avons considéré dans les pesées des opérations formelles. Cependant, si nous nous en étions tenus strictement à ce point de vue, la liste des axiomes de la quantité aurait suffi, sans qu'on fasse correspondre à cette liste le modèle où les opérations $+$, $=$, $>$ se trouvent interprétées par les opérations faites sur la balance. Pour que la théorie de la mesure devienne une véritable sémantique, il faut toutefois 1°) préciser la nature physique des nombres associés aux différents corps par le système des axiomes, 2°) préciser la signification physique des opérations faites sur la balance.

La première précision est le fait d'une définition par abstraction. En vertu des axiomes de la quantité, nous ne mesurons jamais que des entités définies par l'assignation d'une relation d'équivalence C sur un ensemble muni d'une loi d'ordre P telle que P est C -connexe. Quels que soient les corps A et B , ou bien A fait pencher l'aiguille du fléau du côté de son propre plateau, ou bien du côté contraire, ou bien les aiguilles coïncident. Au lieu de considérer l'ensemble des corps qu'on doit peser, et tenant compte de ce que la coïncidences des aiguilles est une relation

(4) WITTGENSTEIN, *Philosophische Bemerkungen*, VIII, 82.

d'équivalence ⁽⁶⁾, on considère le quotient de l'ensemble des corps par la relation de coïncidence. Ce quotient est l'ensemble des nombres associés aux corps et il constitue un ordre sériel. (Tandis que deux corps étaient équivalents pour la relation de coïncidence des aiguilles, les nombres associés à ces deux corps sont identiques). Pour nous en tenir à l'expérience élémentaire de la balance, nous pourrions donc définir le poids d'un corps comme l'ensemble de tous les corps qui sont équivalents pour la relation de coïncidence. La seconde précision est alors immédiate. La coïncidence des aiguilles s'interprète comme l'équilibre des poids. Si l'aiguille du fléau fait un angle avec l'aiguille du couteau, le poids du corps vers lequel penche l'aiguille du fléau sera dit plus grand que le poids de l'autre corps. Lorsque deux corps sont ajoutés sur un même plateau, cela revient à additionner leurs poids. Ainsi, nous faisons se correspondre un système de nombres, dont les lois sont énoncées par les axiomes des quantités, et un système physique de corps, dont la propriété qu'on étudie a été déterminée par une définition par abstraction.

Telle est la nature de l'interprétation sémantique propre à la mesure. La longueur, le temps et les autres grandeurs fondamentales sont, de même, ainsi définies par abstraction. La longueur d'un corps est l'ensemble de tous les corps équivalents à ce corps pour la relation de coïncidence par superposition des extrémités. Le temps est, comme dit Aristote, le nombre du mouvement, c'est-à-dire l'ensemble de tous les mouvements équivalents pour la relation de coïncidence par superposition du début et de la fin. Sans doute la Relativité a changé ces concepts en précisant les conditions assignées par la nature aux relations d'équivalence; mais elle n'a pas changé la méthode de définition. Et l'on ferait des remarques semblables pour l'interprétation des opérations qui interviennent dans la mesure.

Le choix de l'unité étant le seul arbitraire dans la mesure, on

⁽⁶⁾ La réflexivité de cette relation n'a pas de sens physique immédiat. Mathématiquement on prouve la réflexivité par la symétrie et la transitivité: $A=B$, $B=A$, $\supset A=A$. Physiquement, cela reviendrait à changer les poids des plateaux. Mais une expérience est ici inutile. Il est physiquement évident que A a, à un instant donné, même poids que lui-même.

conçoit que la pragmatique aura ici pour but d'examiner les conditions qui doivent éventuellement limiter cet arbitraire. En premier lieu, il faut qu'on puisse copier facilement l'unité-standard qui réalise l'unité abstraite choisie. En second lieu, il faut que cette unité soit permanente (*). Mais ces deux conditions pouvant, comme on verra, affecter la conception syntaxique et sémantique de la mesure, on en reprendra plus tard l'examen.

II

Il paraît clair que le mesurant et le mesuré doivent avoir même nature. Lorsqu'on a découvert sur un ensemble de corps ou d'événements une relation d'ordre connexe eu égard à une relation d'équivalence, la définition par abstraction exige que l'abstrait-standard soit quelque chose d'identique pour une classe de réalités qui sont équivalentes par rapport à lui. On est dès lors tenté de trouver dans la coïncidence du mesurant et du mesuré la solution au problème de la correspondance du langage et de la réalité. C'est ainsi que l'entendaient les philosophes de l'Antiquité. C'est ainsi que l'entend parfois Wittgenstein (†).

Mais la fonction de l'imagination dans le langage de la mesure serait alors réduite à son minimum. Elle ne consisterait que dans l'arbitraire du choix de l'unité. Or la mesure est aussi image au sens où «le mètre ne dit pas que l'objet à mesurer doit avoir un mètre pour longueur» (*), c'est-à-dire où sont enveloppées des anticipations et des possibilités.

(*) CAMPBELL, *op. cit.*, p. 362.

(†) *Tagebuch*, 24.11.1914.

(*) Dès le *Tagebuch* (11.1.15), on trouve cette notation de Wittgenstein qui se poursuit ainsi: «Et même pas si nous savons qu'il doit servir à mesurer cet objet déterminé. Ne pourrait-on pas demander: Que doit-on adjoindre à ce mètre, pour qu'il énonce quelque chose sur la longueur de l'objet? (Le mètre, sans cette addition, serait la considération (*Annahme*)). Les *Philosophische Bemerkungen* (IV, 44) font écho: «... La pensée est tout autre chose que l'état de fait, qu'asserte la proposition. La méthode de la mesure, par exemple de la mesure spatiale, a exactement le même rapport à une mesure déterminée que le sens d'une proposition à sa vérité ou à sa fausseté. L'emploi, l'application du mètre ne suppose

On peut préciser cet aspect symbolique de la mesure. En premier lieu, la relativité des déterminations quantitatives eu égard aux unités choisies a pour conséquence ce que Galilée appelait la «similarité mécanique». Celle-ci permet d'étudier dans de certaines limites un système physique sur un modèle restreint. En second lieu, on notera que la mesure, telle qu'on l'a définie, est un procédé trop strict pour différencier au point de vue arithmétique le continu, et un procédé trop étroit pour appréhender les observables physiques du type vectoriel et tensoriel, qui exigent l'introduction d'un système de coordonnées arbitraire⁽⁹⁾; mais ces limites font précisément ressortir la caractéristique essentielle de la mesure: elle est une représentation symbolique de l'univers. La balance, le levier, le pendule ne serviraient pas à peser les corps célestes et à estimer leurs mouvements, s'ils n'assujettissaient pas à leur pouvoir la nature tout entière. C'est pourquoi si, primitivement, la classe des corps qu'on pèse sur une balance ou qu'on mesure avec un mètre est très réduite, le progrès de la science l'étend aux nébuleuses et aux éléments subatomiques, prolongeant ainsi les mesures «fondamentales» en «mesures dérivées», — ces dernières présupposant au moins une échelle préalable de mesure pour établir une échelle métrique. En dernier lieu, si toute mesure tend à réduire les observations immédiates de nos sens à de simples coïncidences spatio-temporelles, c'est essentiellement en faisant subir aux grandeurs même fondamentales des transformations qui en font les observables demandés: l'invention du thermomètre illustre ce principe.

On pourrait toutefois penser que les mesures fondamentales sont, pour ainsi dire, brutes, ce qu'il y a de symbolique dans la mesure se trouvant rejeté du côté des mesures dérivées; on serait alors tenté d'opposer celles-ci à celles-là, comme les idées hypothétiques aux simples concepts. Ce serait une illusion.

On notera que les mesures fondamentales ne conduisent qu'à

aucune longueur déterminée de l'objet à mesurer. Je peux donc apprendre à mesurer en général, sans le faire sur aucun objet mesurable. (Ce n'est pas seulement une analogie, mais réellement un exemple). Tout ce dont j'ai besoin est de pouvoir être sûr que je puis appliquer mon mètre...».

(⁹) Hermann WEYL, *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, Princeton, 1949, p. 144.

des valeurs rationnelles des quantités. Considérons au contraire une mesure dérivée, quand elle n'est pas une simple définition, c'est-à-dire quand elle porte sur une quantité déjà introduite dans la science, mais pour l'étudier par le moyen d'une loi empirique qui la représente comme une fonction mathématique d'autres quantités déjà soumises à des méthodes de mesure. Par exemple, on évalue la période d'un pendule, pour un point où la gravité est constante, comme une fonction dépendant de la seule longueur L du pendule: $T = 2\pi \sqrt{L/g}$. Cette évaluation fait intervenir des valeurs irrationnelles et même transcendantes pour les périodes de certains pendules, qu'aucune mesure fondamentale ne peut permettre de prouver ou de rejeter ⁽¹⁰⁾.

Or, de même que l'on construit des instruments pour remédier aux imperfections de nos sens, de même on construit de nouveaux instruments pour remédier aux défauts des anciens, et tout instrument est une théorie plus ou moins complexe réalisée dans un modèle. Si toute mesure donne des grandeurs aptes à entrer dans des calculs et à être interprétées comme les illustrations de théories, on ne s'étonnera donc pas si nos observations sont limitées à des sous-ensembles très étroits des valeurs rationnelles, même si nous manipulons sans cesse, en physique, des grandeurs qui supposent que nous maîtrisons le continu. Sans ce symbolisme essentiel, nous ne pourrions pas construire de physique mathématique.

C'est encore lui qui nous permet de nous servir adéquatement des résultats de nos mesures. Pris à l'état brut, ceux-ci sont en effet entachés d'erreurs et ils doivent être préalablement corrigés pour être utilisés dans la science.

On peut, avec Campbell, distinguer deux sortes d'erreurs de mesure ⁽¹¹⁾.

Les premières sont les erreurs «méthodiques». Elles regardent les lois mêmes de la syntaxe. Essentiellement, elles portent sur la transitivité de la loi d'égalité, sur la loi en vertu de laquelle pour tout A , $A+B > B$ (première loi d'addition) et sur la seconde loi

⁽¹⁰⁾ Carl HEMPEL, *Foundamentals of Concept Formation in Empirical Science*, International Encyclopedia of United Science, V. II, n. 7, p. 70.

⁽¹¹⁾ *Op. cit.*, chap. XVI et XVII.

d'addition ($A=B.C=D \supset A+C=B+D$). Une balance ordinaire offre assez couramment ces exemples d'exceptions. On les expliquera par les caractéristiques des jugements d'égalité. Si n_x est le nombre associé au corps x en vertu des axiomes des quantités, on peut, en effet, écrire:

(1) $n_A=n_B \supset$ coïncidence des deux aiguilles,

mais l'implication inverse est fausse. On écrira seulement:

(2) coïncidence des deux aiguilles $\supset |n_A-n_B| = \varepsilon$. $\varepsilon > E$, où E est égal à la plus petite différence entre les grandeurs des nombres associés à deux corps tels que les aiguilles font un angle perceptible donné. On postule donc que les grandeurs «réelles» dépendent du corps, tandis que les erreurs, ε , dépendent du procédé de mesure, E , erreur maximum, étant attachée de façon caractéristique à l'instrument de mesure. Mais toutes ces notions, loin d'être des données expérimentales brutes, entrent comme ingrédients dans une théorie des erreurs.

On ferait des remarques semblables sur la deuxième sorte d'erreurs ou erreurs d'inconsistance. On tendrait à les imputer à la sémantique du système en tant que, les erreurs étant moins ici des erreurs de mesure que des erreurs résultant de changements non intentionnels survenus dans les systèmes mesurés, l'interprétation physique des quantités devient ici fondamentale. Comme l'affirme Campbell, une valeur «vraie» indique toujours une valeur liée à quelque autre valeur vraie par une loi, formulée dans l'équation de condition, et, pour expliquer les erreurs d'inconsistance, on construira encore une théorie dont le principe est le même que celui de la théorie des erreurs méthodiques: «Cette dernière théorie affirme que plusieurs systèmes, qui tous ont la même grandeur mesurée et sont donc indiscernables par un procédé de mesure, peuvent avoir des grandeurs réelles différentes. Ce sont les grandeurs réelles qui sont mises en rapport par une loi numérique; les grandeurs mesurées brutes peuvent suggérer la loi; mais même si nous affirmons la loi sous une forme numérique définie par une fonction mathématique, ce sont les grandeurs réelles, et non les grandeurs mesurées, dont nous affirmons qu'elles sont mises en rapport par cette fonction. Puisque de nombreux systèmes qui ont tous la même grandeur mesurée, peuvent avoir des grandeurs réelles différentes, elles peuvent être

reliées par la loi numérique à des grandeurs réelles différentes d'une autre espèce. Or ces autres grandeurs réelles, toutes différentes, peuvent correspondre ou ne pas correspondre à la même grandeur mesurée. Si elles correspondent à la même grandeur mesurée, chaque grandeur mesurée d'une espèce sera reliée à une grandeur unique de l'autre espèce; sinon, chaque grandeur mesurée d'une espèce peut correspondre à plusieurs grandeurs mesurées de l'autre espèce et il y aura apparence d'inconsistance⁽¹²⁾.

Ainsi, la façon que nous avons de distinguer grandeurs réelles et grandeurs apparentes, et de distribuer les erreurs sur les capacités d'un instrument ou sur les liaisons entre grandeurs, accentue l'aspect symbolique de la mesure et empêche de tracer une ligne de démarcation nette entre le concept et la théorie.

Enfin la théorie des instruments, si nécessaires à la science expérimentale, confirme l'aspect théorique de la mesure. Qu'on vérifie les instruments existants ou qu'on en construise de nouveaux, le principe est le même. Chaque instrument réalise, pour ainsi dire, intuitivement une théorie, mais il ne la réalise qu'approximativement, parce qu'il n'est jamais parfaitement isolé du reste de l'univers qui influence son fonctionnement et parce que les propriétés qui se trouvent associées à celles qu'on veut mesurer les altèrent. Le fer dont sont faites nos balances se dilate avec l'augmentation de la température. La vérification et l'amélioration des instruments consisteront donc à perfectionner l'isolement théorique et pratique du système mesurant — mesuré et la séparation de la variable à mesurer par rapport aux autres variables auxquelles la construction l'associe. En fait, tout progrès dans l'instrumentation est toujours lié à un progrès théorique. La découverte du pendule cycloïdal par Huyghens illustre sur un cas particulier ce principe, constamment vérifié.

Or cette conception n'est pas sans quelque incidence sur la

(12) CAMPBELL, *op.cit.*, p. 474. Par exemple, on a une relation $V=M/D$ entre volume, masse et densité d'un corps. Supposons des mesures de volumes pour trois corps C_1 , C_2 , C_3 de même densité, tels que la loi d'égalité soit violée ($V(C_1) = V(C_2)$ et $V(C_2) = V(C_3)$, mais $V(C_1) \neq V(C_3)$). Si les mesures des masses correspondantes sont au contraire: $M(C_1) = M(C_2)$ et $M(C_2) \neq M(C_3)$, on se trouve dans le cas d'erreurs d'inconsistance.

philosophie du langage. La mesure est une image au sens linguistique, non une image au sens optique du terme. Or, depuis Hume, certains empiristes ont tendance à ne recevoir pour réel que ce qui est immédiatement donné, et c'est surtout dans le domaine de la mesure par où la science se trouve en fin de compte rattachée à l'expérience, que cette maxime paraît devoir être suivie. Mais, en toute rigueur, il faudrait alors exclure de la science les mesures indirectes susceptibles d'affiner les mesures fondamentales grâce à l'intervention de mécanismes enveloppant l'affirmation de lois causales. De ce fait, il faudrait se priver de la faculté de penser mathématiquement l'univers, — les relations mathématiques entre les quantités, dans lesquelles consistent les lois causales, contraignant constamment à faire des opérations et à poser des résultats qui, comme on l'a dit, n'ont pas de signification expérimentale directe.

Un tel sensualisme aurait pour conséquence de ruiner toute physique et c'est pourquoi on peut le rejeter sans en poursuivre plus longuement l'examen. On remarquera toutefois⁽¹³⁾ qu'on ne peut mettre sur le même plan un tel sensualisme et l'intuitionnisme mathématique proprement dit. Le sensualisme est contraire à toute physique et c'est de l'extérieur qu'il rejette la science. L'intuitionnisme rejette une partie des mathématiques et se tient à l'intérieur de la connaissance scientifique pour la critiquer.

Le langage de la mesure est donc spontanément réaliste. On en trouvera une autre preuve dans l'argument, constamment avancé par les réalistes dans le domaine des mathématiques, et selon lequel la physique mathématique s'écroulerait ou se compliquerait désespérément si l'on mettait en doute les résultats de la théorie des ensembles.

III

La mesure est un langage, et c'est parce que ce langage est symbolique qu'il est capable de fournir une image réaliste du monde.

(13) H. WEYL, *op. cit.*, pp. 143-144.

On s'exposerait cependant à l'erreur et peut-être au non-sens si l'on voulait conclure de ces réflexions qu'une méthode de mesure peut constituer un langage universel et complet et que sa nature symbolique lui permet d'embrasser simultanément les différents ordres de grandeur.

On connaît dans les écoles et les casernes les brimades qui imposent au nouveau venu de mesurer avec une allumette le périmètre d'une cour. C'est que le mesurant et le mesuré doivent appartenir au même ordre de grandeur.

Si l'on ne suit pas ce principe, on s'expose à violer nécessairement la première loi de l'addition. Lorsqu'une balance est sensible à un certain ordre, si l'on choisit une unité d'un ordre inférieur à celui-ci, on montera aisément une expérience où l'on vérifiera que $a+1=a$.

Comme le dit Wittgenstein⁽¹⁴⁾, « *inexact* » est proprement un blâme et « *exact* » une louange. Et cela signifie que l'inexact n'atteint pas son but aussi parfaitement que ce qui est plus exact. Tout dépend donc de ce que nous nommons « le but ». Est-ce une inexactitude, lorsque je ne donne pas la distance du soleil à la terre à 1 m. près ? ou lorsque je ne donne pas au menuisier la longueur de la table à 0,001 mm près ? Un idéal d'exactitude ne préexiste pas ; nous ne savons pas ce que nous devons entendre par là... ».

La théorie des erreurs méthodiques de mesure prouve que l'inexactitude, en ce sens, appartient aux conditions objectives de la connaissance scientifique. Nous ne pouvons pas appliquer au même phénomène considéré dans son unité deux instruments de mesure d'ordres différents, et lorsque nous passons d'un ordre à un autre nous considérons non pas le même phénomène mais des découpages différents de la nature. Assurément, nous affirmons que ces découpages s'emboîtent, mais nous ne saurions généralement rien affirmer a priori de ces emboîtements, et l'histoire de la physique est là pour nous enseigner la prudence lorsque nous voulons raccorder nos ordres de mesure et prolonger dans l'un les lois qui se sont montrées valables dans l'autre.

(14) *Philosophische Untersuchungen*, III, 88 .

Les mesures s'ordonnent donc en hiérarchies comme les ordres de langage. Ceci corrige l'arbitraire dans le choix de l'unité, car cet arbitraire ne peut avoir lieu qu'à l'intérieur d'une échelle donnée. De plus, bien que l'unité d'un ordre soit toujours un multiple ou un sous-multiple théorique d'un autre ordre, le principe auquel obéit l'instrument de mesure change lorsqu'on passe de l'un à l'autre. On ne peut pas augmenter indéfiniment la précision d'une méthode de mesure, et pour obtenir la précision voulue on change de méthode et l'on recourt à des grandeurs liées indirectement à la grandeur qu'on veut mesurer par une loi donnée.

Mais l'analogie entre mesure et langage va plus loin encore et restituée à l'intuitionnisme — distinct du sensualisme un peu court qu'on a critiqué — une partie de ses droits et, en tous cas, sa plausibilité. Au moins au niveau de la microphysique, la théorie de la mesure rencontre en effet des limitations internes qui ne sont pas sans rappeler celles qui affectent les langages formels. La relation d'incertitude de Heisenberg exprime ces limitations. Son analyse déborderait le cadre de cet exposé. Qu'il nous suffise ici, pour conclure, de rapporter le jugement d'un expert en ces matières, van Orman Quine: «L'analogie entre le mythe des mathématiques, dit-il, et le mythe de la physique est ... tout à fait étroite ... La seconde grande crise moderne dans les fondements des mathématiques — précipitée en 1931 par le théorème gödelien en vertu duquel il y a nécessairement des énoncés indécidables en arithmétique — a sa compagne en physique dans le principe d'indétermination de Heisenberg» ⁽¹⁵⁾.

Collège de France

Jules VUILLEMIN

⁽¹⁵⁾ van Orman QUINE, *From a Logical Point of View*, Harvard Un. Press., 1964, p. 19.

J. VUILLEMIN

Je ferai quatre remarques, qui seront toutes centrées autour de la notion d'imagination, puisque j'ai utilisé dans les premières lignes de mon papier le mot image en l'empruntant, quant à son sens, au *Tractatus* de Wittgenstein. Je me propose d'abord de commenter ce mot d'image, deuxièmement de rappeler la fonction de l'imagination dans la connaissance, ce qui correspondra en gros à la première partie de ma communication. En troisième lieu, d'analyser ce qu'est l'adéquation de l'imagination, ce qui correspond à la deuxième partie de mon papier et en quatrième lieu, d'esquisser une théorie des limites de cette faculté, ce qui correspondra à ma conclusion.

Je suis parti d'un paradoxe, en renversant la comparaison que Wittgenstein fait du langage et de la mesure. Wittgenstein compare l'image, noyau du langage, peut-on dire, à une règle à mesurer. L'image, le langage, s'appliquent à un objet qui est la réalité, exactement comme la règle s'applique au sens physique du mot, à ce qui est mesuré par elle. La métaphore, chez Wittgenstein est destinée à montrer comment un système symbolique peut être le miroir du monde réel. On peut dire que la logique de Frege et de Russell ayant accompli le projet de la *mathesis universalis*, Wittgenstein interprète cette mathématique universelle comme la symbolique obligée qui rend possible la représentation d'un objet ou d'un fait en général dans le système des objets et des faits. La règle à mesurer assure que ce symbolisme est efficace, c'est-à-dire qu'il rend compte de la réalité. Il semblera donc très paradoxal de renverser la question. La mesure n'est-elle pas la vérification par excellence ? c'est-à-dire le point de contact entre la raison et l'expérience, en sorte que si on la tient pour un langage, on recule pour ainsi dire à l'infini le problème de la vérification ?

Revenons à la notion d'image. Elle semble réunir en elle trois idées différentes et dont nous allons voir qu'elles s'identifient. La première, c'est l'idée de l'image-tableau: on dit ainsi que le portrait est l'image de celui qui est représenté. Mais telle est aussi, dans un sens dérivé et peut-être plus fondamental, la notion d'*Abbildung*, image mathématique de correspondance formelle de laquelle on a retiré tout contenu. En somme, l'*Abbildung*, c'est la forme de l'image même, en ce sens, Russell et Frege avaient démontré que le nombre est l'ensemble de tous les ensembles qui sont images d'un ensemble donné.

Il y a deuxièmement l'image, comme représentation de ce qui n'est pas donné en chair et en os. C'est le sens humain du terme, lorsqu'on parle d'une image, par exemple qu'on a dans la mémoire. On peut se demander alors s'il y a une forme générale de la possibilité de la représentation et à cette question, Frege et Russell avaient répondu que précisément la logique comme *mathesis universalis*, est cette forme générale de la possibilité de la représentation; où l'on voit que ce second sens s'identifie au premier.

En un troisième sens, l'image c'est la production et non pas la reproduction et c'est en ce sens que Kant utilise le mot de *Einbildungskraft*. Souvent, Wittgenstein se réfère au phénomène de l'attente, et il donne de la logique cette célèbre caractérisation, célèbre et fausse par le théorème de Church — à savoir que dans la logique, il n'y a jamais rien d'inattendu. La logique est l'absolu hors duquel on ne pourrait pas penser et constitue donc la possibilité de la pensée même qui organise le système des anticipations de la perception qu'on est en droit de faire intervenir dans la constitution du monde objectif.

Donc ces trois sens s'identifient; c'est parce que Russell et Frege ont constitué une logique mathématique, aboutissement de l'idée de *Mathesis universalis*, pressentie déjà chez Aristote, que le mot imagination dans le *Tractatus* réunit ces trois sens différents. Le logicisme est la philosophie qui a permis l'assimilation de ces trois idées: celle de la logique mathématique, celle de la rationalité et celle de l'objectivité de la connaissance scientifique. Ce que j'ai essayé de suggérer dans ma communication, c'est que la mesure est une imagination au sens que je viens de définir.

J'examine maintenant en rapport à la première partie de ma communication la fonction d'imagination dans la connaissance scientifique. On pourrait emprunter à Kant la formulation générale de cette question où paraissent s'opposer des inconciliables. Kant se demande comment il est possible qu'un concept puisse s'appliquer à une intuition étant donné que le concept et l'intuition proviennent de sources hétérogènes de la connaissance. Le philosophe est donc mis en demeure de chercher un *tertium quid* qui permette de rendre homogènes des éléments hétérogènes. Je n'utiliserai pas la solution kantienne du schématisme parce que la notion même de nombre chez Kant est contradictoire avec la conception du logicisme. Mais ce refus de la solution kantienne fait poser de façon plus aiguë le problème. Si le nombre

est un concept pur, en tant qu'image d'ensembles appliqués, les uns sur les autres, comment peut-il servir à la science de l'expérience qui semble lui être étrangère ? Et cependant, c'est peut-être parce qu'on a radicalisé la question qu'une solution est possible. La théorie du langage fournit une solution comme l'avait bien compris le Russell des *Principles* de 1902, et comme Wittgenstein l'a systématisé dans le *Tractatus*. La proposition est ce qui va réaliser l'homogénéité entre le concept et l'intuition. Je ne développerai pas ce thème que je supposerai connu; je me bornerai à en montrer la fécondité quant à la notion de mesure. Si mon analyse est exacte, on devra retrouver dans la théorie de la mesure au sens de la physique et dans un sens extrêmement limité — les instances qui rendent un langage possible en général.

J'ai dans ma communication, commencé par analyser un point qu'on laisse souvent dans l'ombre et qui a trait à la syntaxe de la mesure, à savoir que les choses comparées doivent être de même nature pour qu'une proposition portant sur la mesure ait un sens. Lorsqu'on examine l'histoire de la mécanique, *a fortiori* de la physique, au XVII^e-XVIII^e s., on s'aperçoit que les discussions des savants et des philosophes sont encombrées par des confusions concernant les dimensions. Je citerai comme témoin de cette situation un texte de Kant sur l'estimation des forces vives où on voit Kant embarrassé par le problème de savoir qui a raison de Descartes ou de Leibniz, Descartes soutenant que l'invariant dans l'expérience c'est la quantité de mouvement, sans d'ailleurs très bien en saisir le caractère vectoriel, tandis que Leibniz prétend que c'est la force vive. Et on voit Kant, et non seulement Kant, mais tous les auteurs de l'époque se débattre dans des questions insolubles, confondant des notions comme quantités de mouvement, énergie, travail, puissance, etc., faute de savoir exactement de quoi ils parlent; autrement dit, nous les voyons comparer des choses qui nous paraissent incomparables et, par conséquent, ne pas avoir à leur disposition la notion d'expression bien formée dans la théorie de la mesure. Cette notion d'expression bien formée sera codifiée par Fourier, au moment où celui-ci définira les équations aux dimensions et où il assujetira toutes les mesures physiques à la règle suivante: des mesures ne peuvent être reçues que si théoriquement l'équation à laquelle aboutit la mesure est homogène quant aux dimensions mises en jeu.

Quant aux trois fonctions de l'image que j'ai distinguées, on en voit le retentissement dans les aspects suivants.

D'abord, l'*Abbildung*, l'image au sens mathématique donne la forme de l'objectivité empirique. Tel est le thème qui s'impose à la pensée occidentale depuis Galilée et qui est un thème important mais paradoxal quand on pense à la résistance que la pensée aristotélicienne a opposée à cette idée que ce qui est objectif, c'est ce qui est quantitatif.

La science n'est donc image de la réalité, elle n'a son aspect d'*Abbildung* propre, de représentation de l'univers, que dans la mesure où cet univers est objectivé dans la forme de la quantité. Cette objectivation est rendue possible parce que la mesure obéit à un système d'axiomes qui sont les axiomes de la grandeur. Je voudrais faire simplement une remarque, concernant une confusion importante que les classiques ont faite, — au 17^e et au 18^e siècles — en assimilant au problème de la mesure le problème du langage des mathématiques. On peut dire en effet qu'on a conçu alors de façon physique les mathématiques, c'est-à-dire qu'on a cru que la notion de grandeur était fondamentale et c'est probablement cette confusion qui explique les illusions kantiennees qui ont donné à l'espace et au temps dans l'Esthétique transcendantale l'importance démesurée qu'on sait qu'elles ont.

Voilà pour les axiomes de la mesure.

La seconde fonction du langage qui est la fonction d'anticipation, nous la trouvons dans le caractère systématique de la mesure: la syntaxe est un système; la convenance d'une mesure exclut automatiquement toutes les autres. Un système de mesure implique a priori une compatibilité entre les mesures et cette compatibilité n'est pas imposée par les mesures empiriques elles-mêmes. On le voit bien à propos des erreurs de mesures. Lorsqu'on fait des erreurs de mesures, c'est précisément qu'il y a une incompatibilité entre les résultats de la lecture des instruments. Or nous postulons un concept d'après lequel il faut que les mesures soient des propositions compatibles, qu'elles entrent donc dans une logique prédéterminée de l'activité scientifique. Il faudra alors porter les incompatibilités au compte soit de l'instrument, soit des erreurs subjectives.

Remarquons enfin, à propos des définitions par abstraction des grandeurs fondamentales, qu'elles rendent possible la mesure comme image de la réalité. Le premier exemple historique qu'on rencontre d'une telle définition par abstraction est la célèbre définition aristotélicienne du temps comme nombre du mouvement. On a souvent don-

né des interprétations assez obscures ou fantaisistes d'une théorie qui est très simple. Aristote veut dire simplement: le temps c'est l'abstrait commun à tous les mouvements qui commencent en même temps et qui finissent en même temps, naturellement sans s'interroger sur la notion intuitive de commencer en même temps et de finir en même temps, dont on sait les difficultés qu'elle implique.

Voilà pour mon second point.

Je passe maintenant à une troisième remarque qui correspond à la deuxième partie de ma communication concernant l'adéquation imaginative et la mesure. Je voudrais commenter ici ce que j'ai dit de façon un peu brève p. 183 au paragraphe 3. Je ne veux pas reprendre ce qui a été excellemment dit hier concernant l'impossibilité d'établir une confrontation ponctuelle entre la théorie et l'expérience. Ce que je voudrais montrer, c'est l'importance à cet égard de la théorie des erreurs de mesure. Certains philosophes pensent qu'on peut et qu'on doit subordonner la théorie de la science à une théorie de la perception. Cette illusion était déjà dénoncée par Kant lorsqu'il opposait jugement de perception — *Wahrnehmungsurteil* — et jugement d'expérience — *Erfahrungsurteil* —. C'est cette distinction que je voudrais examiner de plus près. Et je ferai deux remarques à ce propos.

1° Lorsque nous mesurons, nous enregistrons par la perception, en particulier, par la perception visuelle non pas des matériaux bruts, mais des résultats qu'on simplifie le plus possible au point de vue perceptif, au point que l'idéal c'est de lire sur un cadran la coïncidence d'une aiguille et d'un indicateur, mais qui sont d'autant plus complexes au point de vue symbolique. En réalité, nous *lisons* un résultat beaucoup plus que nous le *percevons*. Si nous disons que nous percevons par exemple ces étoffes vertes sur les tables, nous dirons qu'une telle perception ne joue pas de rôle dans la lecture des observations scientifiques, puisque ces observations passent à travers des instruments et sont donc déjà hautement idéalisées. Cela apparaît clairement dans la liaison constante qui a existé entre l'invention d'instruments d'observation et les progrès des sciences. Ainsi la découverte de la statique correspond à la théorie des machines simples, les progrès que Galilée fait accomplir à la dynamique reposent sur l'usage du télescope. Mais il faut aller plus loin. C'est que la théorie non seulement pénètre la lecture des observations que nous faisons, mais nous oblige à corriger ces lectures. Les lectures des instruments nous don-

nent des grandeurs observées et apparentes, et la physique porte, non pas sur ces grandeurs observées et apparentes mais sur des grandeurs réelles et non-observées, induites à partir des grandeurs observées par certaines règles qui sont précisément les règles de la théorie des erreurs. J'utilise là les mots que les physiciens utilisent, de façon courante. Or, qu'il s'agisse des erreurs de méthode, que j'ai rangées dans la syntaxe — j'utilise ici le langage de Campbell — ou qu'il s'agisse des erreurs d'inconsistance que j'ai rangées dans la sémantique, l'objectivité scientifique m'apparaît ni au niveau de la perception ni même au niveau de la lecture des observations, qui est déjà quelque chose de très indirect, mais au niveau de l'expérience qu'on pourrait définir comme la critique systématique des échantillons d'observation. C'est par là que la cohérence mathématique informe l'expérience sensible et l'imagination — au sens que j'ai donné au mot — n'est un tableau et une prévision que parce qu'elle est un calcul critique. La fonction de la réflexion dans l'expérience paraît liée à ceci: rendre systématiques et compatibles les observations armées par lesquelles nous interrogeons la nature.

Ajoutons un mot concernant la notion de réalisme que j'ai utilisée dans le même paragraphe. La physique classique tout entière est réaliste au sens qu'on donne au mot quand on parle du réalisme en mathématiques. On dit en effet que la physique suppose les mathématiques. Mais quelles mathématiques ? Elle suppose la théorie des ensembles. Ainsi, lorsque nous mesurons une quantité, nous avons en réalité un échantillon fini de très peu de données qui sont toutes des grandeurs rationnelles, et il faut une opération à vrai dire fantastique de la pensée pour passer de ces échantillons de grandeurs rationnelles à des lois qui font intervenir en réalité le continu. C'est cette opération par laquelle nous nous approprions en réalité la réalité. Et c'est cette opération que les philosophes classiques ont décrite de façon contestable sans doute, mais très profonde lorsqu'ils ont invoqué la *lex continui in natura*, Galilée implicitement, Descartes explicitement lorsqu'il écrit la Géométrie, donnent en effet une théorie de l'*Abbildung* qui a ceci de particulier que, du point de vue des observations, nous avons un nombre fini, discontinu, de grandeurs rationnelles données, auxquelles nous faisons correspondre grâce à cette opération de projection la puissance du continu. On pourrait faire à cet égard une hypothèse historique: c'est que si les Grecs, en dépit du génie d'Archi-

mède, n'ont jamais donné de dynamique, c'est que probablement ils ont restreint mathématiquement les nombres aux ensembles des rationnels.

Un dernier point, concernant les limites de l'imagination. D'abord la mesure impose l'idée qu'il est impossible de bénéficier simultanément de toutes les ressources de la grandeur. Chaque mesure est un langage régional qui s'emboîte sans doute dans d'autres langages plus fins ou plus grossiers, mais sans qu'on puisse les parler à la fois. C'est un fait très curieux que je n'arrive pas à bien décrire, qui me paraît pourtant important et dont je ne suis pas arrivé à éclaircir les rapports avec les difficultés qu'on rencontre lorsqu'on essaie de concevoir l'univers comme un tout. Le deuxième point est plus précis. Il consiste en ce que la mesure est un langage où des limitations de principe et non pas de fait — j'insiste sur cette différence — des limitations de principe à une certaine échelle s'opposent au progrès de la connaissance. On a souvent considéré que la connaissance empirique avait devant elle un progrès indéfini de raffinement, d'approximation. Nous savons à présent que ce n'est pas vrai. La découverte de ces limitations qui sont d'ailleurs entièrement objectives a été assurément la plus grande surprise de l'histoire de la métrologie. On a souvent de cette découverte tiré des conclusions irrationalistes. Il semble seulement qu'elle montre que l'imagination scientifique est sujette à des lois, que son symbolisme n'est ni tout-puissant ni arbitraire précisément parce qu'il est objectif, et que, comme tout symbolisme, quelle que soit sa puissance rationnelle de clarté et de distinction, elle est, dans sa nature, étrangère à une évidence intuitive, et participe nécessairement de ce qu'il y a d'aveugle et de tâtonnant dans le discours.

A. MERCIER

Du triple problème sur la *démonstration*, la *vérification* et la *justification*, M. Vuillemin ne retient que la notion médiane de vérification, pour en faire à son tour la notion médiane d'un autre triple problème, celui de la *mesure*, de la *vérification* et du *langage*. Mais ce ne peut être dans l'intention d'établir une proportion successive des termes de chaque triplet, puisque le moyen terme est le même dans les deux cas. Est-ce à dire qu'on a une espèce de croix:



— ou plutôt quelque chose comme un passage:

démonstration — (mesure — vérification — langage) — justification ?

— que l'on pourrait aussi écrire sous la forme



M. Vuillemin m'accordera peut-être qu'il envisage les deux schèmes comme applicables. En effet, la mise entre parenthèses (... — ... — ...) dans le second (ou entre accolades dans le troisième), si elle est déjà suggérée par la verticale du premier et revient à admettre celui-ci, ressort aussi de la communication de l'auteur, dont la construction est manifestement faite pour établir le langage, — non pas comme *un* instrument de mesure (comme l'aurait désiré Wittgenstein), — mais comme la forme de toute mesure.

Or, qui a suivi, ou même donné, un grand cours de physique dans une Faculté, sait qu'on y développe une double dialectique dont l'une se passe pour ainsi dire au tableau noir et l'autre sur la table d'expérience. Au tableau, on se sert de la craie pour trois choses: 1° pour tirer des conclusions mathématiques à partir de quelques équations de base, 2° pour dessiner des schémas d'appareils qui sont des morceaux simplifiés de la réalité dite physique, 3° pour tracer des graphiques selon des axes de coordonnées dont un ou quelques-uns sont des variables données et servent d'abscisses et les autres des variables soit mesurées soit cherchées selon le cas. A la table d'expérience, les appareils, faits de tubes, de réservoirs, de fils et connexions, etc., et bien entendu d'une aiguille ou d'un cavalier mobiles le long d'une graduation ou d'un compteur etc., servent aussi à trois choses: 1° à réaliser les modèles simplifiés de la réalité, 2° à fonctionner comme réa-

lité aussitôt qu'on les met en action, 3° à donner des indications dites mesures.

Ces deux dialectiques sont supposées correspondre l'une à l'autre: le 2° de la seconde au 1° de la première, le 1° de la seconde au 2° de la première, et les 3° des deux dialectiques comme synthèses. La première de ces dialectiques développée au tableau porte le nom de physique théorique, la seconde le nom de physique expérimentale. Il n'y a cependant en fait qu'une *seule* physique, à savoir la coïncidence intelligible des deux précédentes, qu'il faut supposer pour ne pas renoncer à l'efficacité, premier et dernier signe d'une physique bien faite.

Comme le dit bien M. Vuillemin, les appareils d'expérience ne servent à des mesures que pour autant que les théories de ces appareils ont été fournies. Mais M. Vuillemin ne paraît pas prendre lui-même cette proposition suffisamment au sérieux, puisqu'il ne la considère que pour autant qu'il s'agisse d'isoler l'appareil d'influences perturbatrices. Or, prises au sérieux, ces théories sont ce qu'on développe au tableau: tout ce qu'on y développe en somme, ce qui suppose deux choses en tous cas: une *dynamique*, et une loi d'*interaction* ou, lorsqu'on mesure des grandeurs thermiques, une équation d'état.

Car les seuls développements mathématiques ne sont, dans leur isolement mathématique, encore aucune théorie physique. Les mathématiques démontrent sans faute et avec certitude, mais elles ne prouvent rien sur la nature physique des choses. Une science positive telle que la physique ne prouve ou démontre rien avec certitude totale, mais elle rend vraisemblables (c'est-à-dire semblables à la réalité, — on devrait dire «réisemblables») les modèles théoriques que l'on se fait des phénomènes de la Nature.

Les logiciens qui, pour de bonnes raisons certes, cherchent à tout axiomatiser, sont cependant souvent de piètres physiciens. Il est en particulier naïf de croire qu'on puisse axiomatiser la physique et même une seule théorie physique comme par exemple l'électrodynamique, avec un seul jeu d'axiomes où chaque axiome a la même nature logique et où l'ordre dans lequel on les énonce est indifférent. D'un point de vue formel rigoureux, la physique suppose tout d'abord qu'elle est elle-même irréductible aux mathématiques, c'est-à-dire que les mathématiques ou certaines théories mathématiques comme par exemple la géométrie riemannienne lui sont connues en tant que système axiomatisé préalable. Que le développement génétique et historique des

mathématiques ne soit pas indépendant du développement de la physique elle-même ne change rien à celui, du point de vue rigoureusement formel. Une théorie mathématique suppose à son tour tout un formalisme axiomatisé; je ne m'étendrai pas sur la distinction entre logique et mathématique, qui n'est pas ma spécialité; mais pour le moins, nous pouvons dire que la mathématique contient un certain nombre de notions primitives non définies explicitement, tels le point, le plan, etc., elles-mêmes impliquées dans un certain nombre d'axiomes qui sont les définitions implicites de ces notions selon Hilbert.

Ensuite, la physique requiert la condition, — que les mathématiques ignorent, — de se restreindre à des types distincts de phénomènes dits naturels, ce qui veut dire tels que la Nature semble nous les imposer, et dont la distinction est de double nature: 1° une distinction d'origine intellectuelle résidant dans le choix, c'est-à-dire l'invention d'une dynamique, 2° une distinction naturelle résidant dans la découverte d'une loi ou de lois d'interaction. Ainsi, tel phénomène sera descriptible à l'aide d'une dynamique einsteinienne mais ne le sera peut-être pas à l'aide d'une dynamique quantique. On a donc une première répartition selon les dynamiques possibles. Chaque dynamique repose sur une ou plusieurs équations fondamentales qui, dans l'axiomatique de cette dynamique, s'appellent, selon Einstein, des postulats. Un postulat n'est pas un axiome; ce n'est pas une relation admise au sens mathématique des définitions implicites d'Hilbert puisque les mathématiques sont déjà toutes supposées, mais elles leur sont analogues: un postulat est la définition implicite, — je dirai au sens newtonien, — de grandeurs physiques primitives pour lesquelles il n'y a pas de définitions explicites; mais il est nécessaire qu'elle implique, à elle seule, au moins trois grandeurs, sans quoi la dynamique subirait, comme je l'ai expliqué ailleurs, une sorte de collapse logique. J'ai expliqué tout le détail de ce fonctionnement dans plusieurs de mes travaux déjà. Ainsi l'équation de Newton

$$\overset{**}{\vec{F}} = m \overset{*}{r}$$

est un postulat, qui implique quatre notions ou grandeurs, le temps, l'espace métrique tridimensionnel euclidien, la masse et la force. Dans la mécanique du point matériel, il n'est accompagné d'aucun autre postulat, donc cette «dynamique» admet trois dimensions physiques

indépendantes ou irréductibles. (M. Vuillemin utilise, dans son argumentation, l'indépendance des dimensions physiques.) Mais cette dynamique est encore vide, elle ne se prête telle quelle qu'à l'établissement d'identités dont l'une des formes est connue sous le nom de théorème de Noether et dont les éléments servent à la définition explicite de notions éventuellement très importantes pour la pratique expérimentale parce qu'on les interprète comme divers moments dont les plus connus sont la quantité de mouvement et l'énergie, mais qui, devant le vide de la dynamique, ne peuvent telles quelles se prêter à aucune mesure parce qu'une dynamique vide ne permet la conception et conséquemment la construction d'aucun appareil *réel*. Une dynamique ne se prête à la mesure que si elle est projetée sur la réalité, et cela requiert qu'on la complète par une ou plusieurs *lois* de force. Une loi n'est ni un axiome, ni un postulat; c'est le schéma d'un mécanisme supposé se manifester dans la Nature lorsqu'on étudie celle-ci au moyen d'une dynamique déterminée. Les plus anciennes lois connues sont: la force de gravitation, la force élastique, la force de frottement sec, etc. Chacune de ces lois de force définit ce qu'on appelle un mécanisme. Dans les dynamiques qui, comme celle de Lagrange, celle d'Hamilton ou d'autres encore, ignorent la notion de force et en utilisent d'autres telles que la lagrangienne, l'hamiltonienne etc., on parle de lois d'interaction et non de lois de force. D'ailleurs, presque toutes considèrent des systèmes et non simplement un point matériel unique. A son tour, chacune de ces lois définit un mécanisme.

C'est alors qu'on peut fabriquer un appareil censé fonctionner selon un mécanisme donné, c'est-à-dire en vertu d'une loi d'interaction valable dans une dynamique reconnue. C'est pourquoi les appareils de physique, y compris ceux qu'on appelle appareils de mesure (d'ailleurs ce sont tous des appareils de mesure), supposent la référence à deux grandeurs de nature physique différente au moins, et toute mesure physique raisonnable n'est pas la comparaison pure et simple entre deux quantités de la même nature. C'est pourquoi l'exemple de la balance n'est pas susceptible de donner une image nette et complète du langage scientifique. C'est Newton qui l'a compris le premier, en tous cas intuitivement, et c'est la raison qui l'a poussé à élaborer une dynamique non-vide sur le modèle qui vient d'être décrit, créant ainsi, pour la première fois, une physique véritablement efficace. La statique, seule physique efficace de l'Antiquité et du Moyen-âge, repo-

sait d'une manière déguisée sur une dynamique non-vide qui, toutefois, ne laissait pas entrevoir aux anciens la loi d'interaction à cause de la réalisation d'un équilibre dont la labilité est le signe de la dynamique sous-jacente.

Comment concevoir alors un procédé de mesure tel que l'envisage M. Vuillemin ? Cela est simple: ce n'est pas un procédé physique primitif, mais dérivé: la relation primitive dynamique est dans la proportion entre l'élongation angulaire et le moment mécanique, et la complication dérivée réside dans le fait, laissé ignoré dans la description de M. Vuillemin, qu'en vertu de la construction spéciale de *certaines balances*, le changement de position d'un même poids sur le plateau ne modifie pas le moment mécanique par rapport au couteau. Dans les balances à fléau de haute précision, ce fait n'est plus respecté, puisqu'on y détermine les dernières décimales à l'aide d'un cavalier glissant sur le fléau. En outre, on fait de nombreuses hypothèses tacites: inflexibilité du fléau, etc., ce que M. Vuillemin relève d'ailleurs et pour quoi seulement il invoque la théorie.

Ces précisions sur la physique étant données, j'aimerais reprendre les deux thèmes du schème en forme de croix du début et reposer tout d'abord deux questions: 1° Peut-on vraiment dire que le langage est un instrument de mesure ? 2° Toute mesure, ou mieux tout procédé de mesure (car une mesure au singulier est une opération unique) est-il un langage ? Répondre oui à la première question permettrait peut-être de répondre automatiquement oui à la seconde; nous y reviendrons dans un instant, où nous verrons que cela restreindrait sensiblement la définition que l'on donne du langage, à moins que l'interprétation du mot de mesure soit analogiquement suffisamment souple pour inclure plus que M. Vuillemin ne le voudrait peut-être. Répondre oui à la seconde question, qui est celle de M. Vuillemin, ne nécessite pas que l'on réponde oui à la première; car il y a peut-être des langages, ou des formes de langage, ou des portions ou des niveaux du langage qui ne sont pas des procédés de mesure.

Or je crois avoir donné assez de précisions sur la structure formelle de la physique, y compris l'imbrication qu'elle implique entre l'expérience et la théorie, pour avoir montré que M. Vuillemin ne peut, dans son approche, se passer de la physique tout entière, quel que soit l'état où elle se trouve à l'époque où l'on parle, hier rudimentaire, raffiné demain. De fait, soit dit par souci d'être complet, il n'y a pas

parmi les mesures effectuées en physique, que le type de mesures envisagé par M. Vuillemin; il y a des «lectures» qui ne se ramènent pas à celles qu'il a décrites; j'en ai fait le compte dans un mémoire inédit que M. Mahadevan voulait publier dans sa revue de philosophie et qui a trait à l'*objectivité*, mais que je n'ai encore jamais trouvé le temps d'écrire en anglais sous une forme définitive. Peu importe, il me semble qu'au lieu de «mesure-vérification-langage» il faut écrire tout simplement «physique», à la condition que l'on dise que la physique est un langage où l'on *mesure* pour «vérifier la théorie» en même temps qu'elle en est un où l'on *fait des théories* pour «vérifier la mesure». Le mot de «vérifier» prend alors tout son sens de *rendre vrai*, qui veut dire bien évidemment rendre vrai *pour l'intelligence*, par exemple pour l'intelligence (= la compréhension) d'une mesure. Il n'y a ni théorie (physique) sans mesure, ni mesure sans théorie. Il n'y a pas de réalité physique au dehors de la physique qui sert à la décrire. On *ne démontre rien* sur la *réalité toute nue*, on ne fait jamais que lui faire des vêtements qui la couvrent alors, qui la cachent; on ne voit et on ne connaît que les dits vêtements; on ne fait jamais que vérifier si les vêtements sont trop longs, trop larges, etc., mais les vêtements suivent une mode, et la mode se justifie par l'efficacité, base authentique du succès.

M. Vuillemin a l'air d'admettre avec Wittgenstein, me semble-t-il, que le langage est bien une mesure, quoiqu'il ne l'affirme pas avec netteté puisque d'emblée il renverse les termes pour affirmer que la mesure est un langage. Alors on aurait, par analogie quelque chose comme une proposition et sa réciproque. Je ne suis pas sûr que les choses soient si simples. Au point où nous en sommes, je dirais, de préférence à l'affirmation de M. Vuillemin, que c'est la physique qui est un langage puisqu'il n'y a pas de mesure qui ait un sens sans supposer une physique au moins newtonienne.

Mais nous ne savons pas encore si l'affirmation Wittgensteinienne primitive correspondante est valable, soit: si *le* langage, ou si *tout* langage est une physique ?

Le positivisme logique aimerait bien, je crois, se rallier à une telle affirmation. La physique au sens ordinaire y jouerait le rôle de paradigme. Tout langage digne de ce nom serait une science du réel positif. Or, ne sont posés, pour le sujet pensant et agissant, que ce qu'on appelle les objets, dont ce sujet dispose alors. Dire que la science est

objective, c'est faire un pléonasme. Le langage est-il donc nécessairement objectif ? Je n'en suis pas si sûr; j'ai même de sérieuses raisons pour le nier. Evidemment, on pourrait en convenir et ne définir comme langages que des systèmes scientifiques. Alors tout langage serait une physique au sens large. Mais je verrais à cette convention non seulement l'inconvénient d'une grande pauvreté, mais aussi, et c'est plus grave, une entorse à l'idée initiale du langage, qui a d'ailleurs, je crois, inspiré M. Vuillemin, à savoir qu'il y a un langage lorsqu'il y a un système de symboles en correspondance adéquate avec une réalité vécue par expérience authentique et indéniable. Cette correspondance, c'est la mesure wittgensteinienne au sens analogique profond. (Je renvoie à l'exposé détaillé que j'ai fait à l'Institut International de Philosophie à Oberhofen; j'y utilisais un tout autre vocabulaire il est vrai, mais la discussion de mon rapport avait aussi porté sur Wittgenstein, et ma réplique à M. Jørgensen à ce propos avait été très nette.)

Ayant préparé mes remarques sur le rapport de M. Vuillemin à la campagne et sans bibliothèque, je n'ai pas eu sous les yeux le texte des *Philosophical Investigations* et des autres œuvres, posthumes sauf le *Tractatus*, et que M. Vuillemin appelle les *Untersuchungen* etc., et je n'ai pas pu m'inspirer de l'auteur par le contexte des citations. Mais cela n'a peut-être pas d'importance. N'oublions pas que Wittgenstein a été fidèle à la dernière phrase du *Tractatus* et qu'il a pour ainsi dire refusé de son vivant de publier quoi que ce soit. Les œuvres dites posthumes dont les *Investigations* font partie sont pour une bonne part le produit d'une rédaction due à ses disciples. Cela fait un peu comme avec Socrate: est-ce Socrate ou Platon que nous lisons dans le discours de Diotime ? — avec cette différence peut-être que Platon était aussi fort que Socrate, ou peu s'en faut en tous cas, tandis que nous ne savons pas si les disciples de Wittgenstein étaient aussi forts que lui.

Mais d'après les citations que M. Vuillemin tire du *Tractatus*, la mesure dont il s'agit est essentiellement l'application d'une image faite à la réalité, comme si c'était donc le costume d'un personnage en scène figurant un personnage de la réalité: exactement l'équivalent de ce que je veux dire quand je parle d'un vêtement qui recouvre la réalité nue mais invisible comme telle⁽¹⁾. Et si, comme ajoute la citation,

(1) Cette métaphore de la réalité nue que l'homme recouvre d'un vêtement pour la saisir fera l'objet d'un ouvrage en préparation sous le titre *Erkenntnis*

seules les extrémités de l'image (qui est comme une jauge ou un vêtement), c'est-à-dire en d'autres termes, si seuls quelques points isolés touchent de fait l'objet visé (ou mesuré), il est clair que la coïncidence de la plus grande partie de la jauge-image ou du vêtement avec la réalité reste dans une totale imperfection. L'adéquation du langage reste donc totalement indémontrée, imparfaitement vérifiée et justifiée dans des limites toujours provisoires, quelle que soit l'excellence de la définition thomiste de la connaissance par l'*adaequatio intellectus et rei*. Mais l'intellect et le langage sont deux choses. L'*adaequatio* thomiste est postulée; le langage, lui, n'est que l'extériorisation de l'intellect. Je n'y vois d'ailleurs aucun inconvénient; ce n'est pas un malheur; au contraire, car si la coïncidence était en tout point parfaite, nous serions des *daimones* et, sachant tout parfaitement, notre existence serait le règne de l'ennui.

Il y a un point encore que j'ai soulevé sans tirer mes conclusions; c'est celui de savoir si le langage est nécessairement un langage objectif, donc une science. Je réponds non, et n'en veux pour première raison que la poésie. Dire que la poésie est le produit d'une fantaisie étrangère à la réalité serait à mon sens d'une telle absurdité que je ne m'engagerais même pas dans une discussion avec qui le dirait. La poésie est une façon authentique de rendre intelligible la réalité. Mais d'abord la réalité qu'elle appréhende est fuyante parce qu'elle n'est pas appréhendée sous sa forme multiple et dans sa finitude, mais sous la forme qu'on appelle l'être au singulier, et ensuite il est clair que la poésie n'est pas un mode objectif, mais un mode subjectif. J'ai expliqué ces choses avec beaucoup de détail dans plusieurs de mes livres et n'y reviendrai pas ici. Ce que je veux dire est simplement ceci: Le langage, à la maîtrise duquel peu de gens ont plus droit à prétendre que les poètes, sert donc, outre le but objectif de la science, les buts subjectifs de l'art, et la poésie y joue exactement le rôle dans le mode subjectif que la métaphysique y joue au sens d'une ontologie dans le mode objectif. La métaphysique appréhende l'être objectivement mais non pas sous ses formes multiple et dans sa finitude. C'est pourquoi, là, la forme du langage objectif en tant que mesure ou que «physique» est beaucoup plus difficile à établir, mais on peut le faire au sens analogique wittgensteinien, en y mettant le soin et le temps.

Enfin, si le langage permet le déroulement des modes objectif et subjectif, il en permet un autre encore. En effet, quand un individu utilise

le langage, il est lié par ce qu'il dit à la face des autres membres de la société autant qu'à sa propre face. Par là, le langage remplit une fonction morale qui est plus que simplement sociale ou publique, mais qui n'est pas l'éthique, car l'éthique n'est pas une fonction mais la forme correcte à donner à toute action morale pour en faire l'élément d'une discipline rigoureuse, comme la mathématique confère à la science sa rigueur et l'esthétique à l'art la sienne. Non, le langage comme fonction de la morale est à cette dernière ce que la poésie est à l'art ou la métaphysique est à la science; il fonctionne donc comme métamorale. Toute morale et tout art servent à «mesurer» la réalité, si l'on veut, comme les sciences, à la différence près des modes respectifs. C'est ce qu'on appelle du nom générique de modalité du jugement. Juger, c'est mesurer au sens large.

(Je pourrais aussi discuter ici du langage en tant que prière; cela nous mènerait à des conclusions semblables. Mais je ne crois pas que mes auditeurs désirent m'entendre là-dessus.)

En résumé, j'ai tenté de reformuler le problème de M. Vuillemin dans le cadre du thème de nos Entretiens de Liège en terminant sur le mot de jugement; car, y a-t-il autre chose que le jugement d'impliqué dans ce thème qui en distingue précisément les éléments: la démonstration, la vérification et la justification ?

J. VUILLEMIN

Je remercie M. Mercier de l'examen attentif qu'il a bien voulu consacrer à mon travail et je le remercie de m'avoir communiqué ses conclusions à l'avance, ce qui fera que je n'aie aucune excuse devant vous pour mes réponses.

Mes réponses seront d'ailleurs des points d'accord.

En premier lieu, il est vrai d'insister sur la différence entre mathématiques et physique. Bien que cette différence puisse être analysée à chacun des niveaux que j'ai distingués, elle est évidente au niveau de la sémantique à la fois par le choix d'une unité matérielle arbitraire de mesure du choix qui n'a évidemment aucun rôle dans une théorie mathématique et deuxièmement par la notion d'ordre de mesure que j'ai effleurée à la fin de ma communication. On en tirerait comme conséquence probable les exceptions ou similarités mécaniques

que j'ai évoquées p. 189. Il s'agit des célèbres pages où Galilée déclare que la résistance d'un bateau qui a été calculée pour un certain volume cesse d'être la même si on passe à un bateau deux fois plus grand et dans lequel, par similarité mécanique, on aurait agrandi exactement le modèle primitif. A propos de cette distinction mathématiques — physique, M. Mercier me reproche cependant d'avoir méconnu qu'une mesure proprement physique n'est pas une comparaison pure et simple entre deux quantités de même nature, par exemple, deux longueurs, deux poids, et d'avoir cédé à cette illusion parce que, empruntant mon exemple à la statique, j'ai choisi un cas simplifié et dérivé par rapport au cas fondamental dont l'analyse eût requis l'appel à la dynamique. Je ne méconnais absolument pas le caractère abstrait de la statique mais j'invoquerai pour ma défense deux arguments: d'abord j'ai pris soin de signaler le jeu des lois de force en insistant dans la seconde partie de mon exposé sur la liaison entre instrumentation et théorie, par exemple lorsque j'ai invoqué le pendule cycloïdal de Huyghens et deuxièmement j'ai choisi l'exemple de la balance élémentaire à fléaux égaux parce que c'est le premier instrument scientifique de la physique terrestre que nous ayons connu et qui a permis à Archimède d'édifier sa statique. D'ailleurs la théorie des machines simples est-elle si simple que cela ? Un certain nombre de postulats d'Archimède, propres à la physique, sont déjà impliqués dans la théorie de l'équilibre; le principe de raison suffisante et le principe de la superposition des équilibres (pour passer de la balance à bras égaux à la balance à fléaux inégaux). Songeons aussi à la notion de moment, bien qu'Archimède n'en donne pas une formule explicite. Certes pour nous, cette notion de moment appartient aux mathématiques pures, mais n'oublions pas quelles difficultés il y a à expliquer ce qu'est un vecteur axial ou un bivecteur pour le distinguer d'un vecteur polaire. Mathématiquement, cela ne s'éclaire que si l'on fait appel à la théorie des tenseurs et le moyen le plus simple pour expliquer cette distinction, c'est encore de recourir aux exemples physiques comme la balance ou l'électricité.

M. Mercier demande si tout langage est un instrument de mesure.

Je réponds naturellement «non» avec M. Mercier mais sans avoir, à cet effet, à invoquer la poésie. Je donnerai trois arguments. D'abord la thèse d'extensionnalité et la thèse d'atomicité sont en réalité contestées par tous et abandonnées, y compris par les positivistes. Deuxième-

ment, le langage ordinaire possède des modalités et des opérateurs tels que «je pense que», «je crois que», absolument nécessaires par exemple dans le discours historique et qui font intervenir des fonctions non-extensionnelles. Enfin, je signalerai de façon plus pertinente concernant mon sujet que le langage ordinaire possède ce que Russell appelle des égocentriques particuliers. En effet c'est ceci et cela, c'est ici et maintenant que je fais la mesure, mais néanmoins dans les mesures telles que je m'en sers en physique, cet élément a disparu et c'est là proprement que je pense que la théorie de la mesure doit se distinguer du langage ordinaire par l'élimination systématique des particuliers égocentriques.

En troisième lieu, tout langage scientifique n'est pas une mesure. La preuve en est qu'un langage formel tel que celui des mathématiques, qui ne possède pas d'unité matérielle de mesure, n'est pas une mesure au sens que j'ai dit et pourtant c'est un langage hautement scientifique.

La seconde question est la suivante: Est-ce que toute mesure est un langage? Je répondrai oui, et sans faire les restrictions que M. Mercier suggère.

1° M. Mercier préfère dire que toute la physique est un langage et il se fonde naturellement sur la nécessité de faire intervenir une loi de force pour expliciter la théorie de la balance. J'ai moi-même insisté sur la nécessité de faire intervenir la théorie dans la mesure, mais je ferai remarquer que la mesure dépasse la physique. Il y a des mesures en biologie, par exemple.

En second lieu, M. Mercier insiste sur la remarque de Wittgenstein suivant laquelle la règle à mesurer ne touche ce qui est mesuré que par ses extrémités, en sorte qu'on ne sait pas ce qui se passe à l'intérieur. M. Mercier fait remarquer qu'une telle mesure n'est alors ni démontrée, ni vérifiée, ni justifiée. Ni démontrée, c'est bien là le réalisme auquel j'ai fait appel tout à l'heure: les interpolations et les extrapolations du langage de la mesure nous montrent que le langage est systématique et que sans ce caractère systématique, les fragments recueillis par nos observations ne pourraient pas fournir une réalité objective.

J. MOREAU

Monsieur Vuillemin a fait allusion, dans son exposé oral, à la célèbre définition aristotélicienne: le temps est le nombre du mouvement; et il l'interprète en disant que le temps, c'est l'abstraction de tous les mouvements. Cette formule est, en un sens, parfaitement exacte: Aristote précise lui-même que tous les mouvements sont particuliers, localisés, plus ou moins rapides, tandis que le temps est universel et uniforme. Cependant le temps se réduit-il à une abstraction ? Considérons de quelle façon se constitue pour Aristote la représentation du temps. Elle a pour origine l'expérience du changement, du mouvement en général, dont le mouvement local ou transport n'est qu'une espèce; mais elle suppose, en outre, une opération intellectuelle, la détermination du changement. Nous déterminons le changement, nous dit Aristote, quand nous y distinguons des états successifs, un *avant* et un *après*. Or, cette opération est rendue possible par la solidarité d'une espèce du changement avec la grandeur. Dans le mouvement local ou transport, à chacun des points de la trajectoire correspond une position du mobile; ainsi se distinguent des positions successives. Le mouvement perçu n'est pas éprouvé comme un pur changement, mais déterminé en états successifs, correspondant aux points distingués dans l'espace. Les termes successifs, considérés *in abstracto*, seront des instants, conçus comme autant de points d'une dimension idéale, qu'on appelle le temps.

Tel est le sens de la célèbre définition, si souvent raillée: le temps est le nombre du mouvement selon l'*avant* et l'*après*. Le temps est une dimension du mouvement, la dimension du successif. L'instant est au temps, nous dit Aristote, ce que le point est à la ligne et l'unité au nombre. S'il en est ainsi, la représentation du temps n'est pas seulement le résultat d'une opération abstractive; elle suppose une opération de détermination, de mesure, une construction mathématique. Monsieur Joja avait bien raison de nous rappeler, ces jours-ci, qu'Aristote est encore capable de nous instruire.

J. VUILLEMIN

Je suis tout à fait d'accord avec M. Moreau. C'est de ma faute si j'ai employé le mot abstraction, en un sens technique emprunté à Rus-

sell, dans le sens de «principe d'abstraction»: le temps est la classe de tous les changements (en termes aristotéliens) qui sont applicables l'un sur l'autre. Cette notion de tous les changements applicables pourrait permettre de déterminer des limites qui assureraient ensuite au mouvement local son caractère représentatif de tous les autres mouvements.

M. BUNGE

Je voudrais faire seulement quelques remarques de détail sans entrer dans l'essentiel du rapport de M. Vuillemin.

La première remarque, c'est qu'il n'y a pas une théorie de la mesure mais plusieurs théories, autant de théories que de genres de mesure. Ce n'est pas la même chose de mesurer des distances astronomiques que de mesurer des fréquences lumineuses. Chacune de ces théories est une application de plusieurs autres théories fondamentales.

La deuxième remarque, est que l'expression «théorie de la mesure» a au moins trois significations différentes, que les psychologues contemporains ont tendance à confondre. Il y a la théorie des grandeurs additives, qui est du domaine des mathématiques; puis le processus d'introduction de concepts quantitatifs, qui intéresse le métathéoricien; et finalement le procédé mi-empirique, mi-conceptuel consistant à trouver les valeurs d'une grandeur au moyen d'appareils de laboratoire. Si on fait cette confusion, alors on doit laisser les opérations de laboratoire au mathématicien.

La troisième remarque est à propos de la phrase de M. Vuillemin «L'univers est analysé en des éléments qui sont des dimensions». Je suppose que cette expression doit être prise dans un sens métaphorique, parce que les choses, telles que ce cendrier, ne sont pas composées de dimensions. En tout cas, j'applaudis aux efforts de M. Vuillemin d'élucider la notion de dimension, qui est encore bien obscure. Il y a certes une théorie des dimensions qui nous permet de faire l'analyse dimensionnelle des formules, mais la notion même de dimension reste à élucider. A mon avis, chaque dimension peut être conçue comme un certain ensemble de grandeurs. Ainsi les distances, les hauteurs et les longueurs d'onde sont autant de membres du genre longueur.

La quatrième remarque, c'est sur la définition de grandeur fondamentale. Quand on formule une théorie physique de façon exacte, c'est-à-dire axiomatiquement, on introduit les grandeurs fondamentales comme des concepts primitifs et ensuite on spécifie au moyen des axiomes les conditions que doivent satisfaire ces grandeurs sans faire la tentative de Russell, de définir chacune des grandeurs par abstraction. Par exemple, en mécanique classique on introduira la notion de masse par voie de deux postulats: l'un nous dit que la masse est une fonction réelle sur l'ensemble des corps physiques; l'autre affirme que cette fonction est additive. Ou prenons le cas du temps: on ne le définit pas non plus, mais on le prend comme notion primitive. Puis on l'analyse, sans la définir, au moyen d'un système d'axiomes, tels que ceux de Russell, de Noll, ou de moi-même.

Ma dernière remarque porte sur la règle de l'homogénéité dimensionnelle. On peut bien la concevoir, comme le fait M. Vuillemin, comme étant de nature syntaxique, à condition qu'on rappelle qu'on ne sait pas quelle est la dimension d'une grandeur avant d'avoir écrit le postulat sémantique respectif, qui nous renseigne sur l'interprétation de la grandeur. C'est seulement après cela qu'on pourra parler d'homogénéité dimensionnelle.

J. VUILLEMIN

Sur ce dernier point, j'ai dit la même chose que vous: il y a élimination des particuliers. J'ai dû mal m'exprimer. Je dois dire que j'ai adopté la même position que Nagel. Voulez-vous dire que la théorie additive de la grandeur, à laquelle j'ai fait allusion en me référant à Hempel, ne vaut que pour une théorie particulière des mesures? Tandis que les axiomes de l'ordre sont valables pour d'autres mesures?

Je reviens sur les définitions par abstraction. Il est vrai que les physiciens procèdent de façon axiomatique; mais, lorsqu'ils manipulent des corps, il faut bien qu'à un moment il y ait une interprétation directe et il me semble qu'à ce moment-là une définition explicite — et je n'en vois pas d'autre possible qu'une définition par abstraction — doit être donnée sous peine de demeurer à l'intérieur des mathématiques.

R. McKEON

Among the numerous suggestive ideas contained in M. Vuillemin's paper is the statement that "tout instrument est une théorie," but he goes on to qualify that statement by adding "plus ou moins complexe, réalisée dans un modèle" (p. 190). The qualification states one choice among the ways in which every instrument may be said to be a theory. Another way may be indicated by another qualification completing the statement as follows, "every instrument is a theory turned or oriented in a given direction and productive of a variety of facts depending on its orientation." This conception of an instrument would justify the formulation of "measure" as a language and therefore the statement of the semantic function of language "préciser la nature physique des nombres associés aux différents corps par le système des axiomes" (p. 186). This conception of semantics provides a correction to the tendency to think of reality as a kind of statue on which one drapes language like a Roman toga. The heuristic applications which M. Vuillemin makes is more than an accident of his formulation of measurement and language; and when they are conceived as instruments, they should be analyzed as instruments of action, not as instruments to establish correspondence between language and preestablished characteristics of reality. Thus, if one begins with the scale or balance and the formula on the board, it is clear that the balance has measured the quantity of a body in the recorded weight. If Newton had written the formula, the quantity could be made the quantity of mass if it is corrected by consideration of the quantity of motion and the laws of motion. If the interpretation of the formula moves from the Newtonian mechanics to the dynamics of Clerk Maxwell, based on the analogy of the motion of rigid bodies and the motions of light, electricity, and magnetism, force ceases to be the primitive concept since the analogy depends on energy, work, and momentum. The measure changes in this reorientation, as do the relevant facts, the relevant data, and the relevant relations.

The importance of perspective and orientation in the treatment of measurement and language has another consequence, which is the subject of the question which I should like to set before M. Vuillemin. He calls his paper "*Mesure, Vérification, Langage.*" He begins

with semantics, which is the device of verification, but he then moves through the neo-positivistic trinity — syntactics, semantics, and pragmatics — with the result that the crucial choice of units is pragmatic, and the problem of measurement becomes one of “*mesure, justification, langage.*” Considerations of orientation in the case of the language of science, which is a mathematical language, are considerations of the interpretation of fundamental postulates and assumptions, and the recommendation that instruments be considered in their orientation to action moves from the semantic problem to the problem of demonstration, “*mesure, démonstration, langage.*” Even with a scale for weighing bodies we measure other attributes than mass. Galileo used a scale, in the absence of a precise instrument to measure time, to weigh the water in a container before and after it had been permitted to flow through a small hole in order to measure time. Measure as language is heuristic in its uses, since it permits the observation of new relations and the determination of new data. My question has to do therefore with this heuristic interpretation of measurement and language as demonstration. Consideration of this interpretation would clarify some of the mysterious changes which our interpretation of the language of mathematics has undergone. We tend to pass over in silence, for example, the striking fact that the mathematicians of the seventeenth century, including Fermat, Huygens, Descartes, and Pascal, thought of the method of Euclidean geometry as heuristic. Is method, as language, heuristic of data and of relations? Does it reorient our ideas and observations to the richness of facts potentially present in a situation or in a problem so that a new selection of data and relations becomes available and scientifically relevant?

J. VUILLEMIN

Il me semble qu'il y aurait un cas précis où votre remarque serait vérifiée, c'est le cas de la découverte de la relativité; lorsque un instrument a refusé — et ça c'est produit plusieurs fois dans l'histoire des sciences — a refusé de dire oui à une attente. Ce fut aussi le cas pour le télescope de Galilée. Un Néerlandais invente le télescope. Galilée qui voulait démontrer que le ciel et la terre étaient composés

de même matière, braque le télescope sur la lune et sur le soleil et aperçoit des taches. Interprétation: il faut savoir si les taches étaient une sorte de nouveau corps qui tournait en même temps que le soleil à une certaine distance et qui, par conséquent, était compatible avec la doctrine géocentrique ou si, au contraire, ces taches appartenaient au corps du soleil. L'instrument du télescope a servi à appliquer en réalité une certaine géométrie de position. Par ces observations, Galilée s'est aperçu qu'on ne pouvait pas supposer à une distance appréciable du soleil, les taches qu'on voyait apparaître et disparaître à intervalles réguliers, que, par conséquent, elle appartenaient à la surface du soleil même et c'est l'instrument du télescope qui, en ce cas, a été la véritable inventeur.

E. POZNANSKI

I would like to ask Mr. Bunge what he meant by saying that there were several theories of measurement. You gave an example of different theories of measurement of length or distance, one if we speak about the length of a table, another if we speak of astronomical distances, yet another in the realm of atomic physics. My question is whether in each case we speak of a *different* concept, or of the same concept applied to different situations.

I would differentiate between the syntactical and the semantical aspect of a concept. By the syntactical aspect I mean the axioms which the concept fulfils. By the semantical aspect I mean the interpretation when we apply the theory to experience. If we take the concept of length, the syntactical aspect is always the same. It is, e.g. an additive concept. If it becomes non-additive (in a *new* theory) the concept becomes different. But the semantics of the same concept of length are very different in the applications of this concept to different physical situations.

Bridgman, in his operational approach, considered different sets of operations e.g. in measuring length) as defining *different* concepts. It seems to me that he did not differentiate sufficiently between the two aspects, the syntactical (which justifies the use of the *same* name, in our case 'length', in different situations) and the semantical (different interpretations). As long as we have to do with one mathematical

theory of length (or time, or mass, etc.) we have *one* concept. If we transfer it from the theoretical area to the physical experience, which means that we give it a physical application, we have different operational interpretations.

M. BUNGE

Shall I answer it now ? Well, I agree, of course, there is a single concept of length, but there are many ways of measuring length, depending on the kind of object. It is one thing to measure directly the length of this table; it is quite another thing to measure inter-atomic distances by means, for instance, of atomic theories. Or, to measure distances, small or large, by means of an interferometer, or by means of a laser. Again, there are entirely different theories of measurement which you must apply there. You must first have a theory how the instrument will work because, otherwise, you won't know whether you are measuring distances or, for instance, the intensity of your feelings.

E. POZNANSKI

Yes, this I understand, this is very simple, of course. Measurement involves a number of theories, embedded in the measuring instruments. But I would like to know whether these different theories have one thing in common, namely whether they involve the same axiomatics of length (e.g. additivity, or non-additivity). Einstein's concept of length is different from Newton's concept of length, therefore here we have really two different theoretical concepts, although we retain the same name for certain reasons. But as long as our measuring theories are based on Newton's concept of length we have just one concept and not many.

M. BUNGE

I understand your question, Professor Poznanski. And my reply is an unqualified yes, and I started by saying that, I think, all these cases were to do with the single concept of length which is introduced, not defined but introduced, not only by a given metrical geometry, the

one you want to choose, but also by setting semantical axioms which you have to add to in order to make a physical geometry. So, in all these cases, you have a single concept of thing. But there are different ways of finding out samples of the numerical values of the length function.

— Which means different models ?

— That is another discussion.

A. J. AYER

Je commence par une phrase de M. Vuillemin: «la mesure est un langage et c'est parce que ce langage est symbolique qu'il est capable de fournir une image réaliste du monde».

J'avoue que malgré tout ce qu'on a dit ce matin, le sens de la première phrase, la mesure est un langage, ne m'est pas encore absolument clair. Est-ce que M. Vuillemin prétend — et dans ce cas, je suis d'accord avec lui — qu'on peut considérer un système de mesure comme calcul normal et ensuite on doit, selon des conventions, donner aux quelques signes dans ce calcul un sens physique. Si c'est cela, je suis d'accord avec lui. Mais alors, pour la seconde phrase, je ne sais pas: parce que ce langage est symbolique, alors il y a un contraste entre cela et quoi ? Il y a des langages non symboliques ?

Dans son exposé ce matin, je crois que M. Vuillemin est allé un peu plus loin et même il a prétendu que la théorie des mesures favorise une conception réaliste du monde et c'est cela que je veux maintenant discuter. Il se peut qu'il ait de bonnes raisons pour défendre une conception réaliste des sciences, mais je ne crois pas que M. Vuillemin les ait fournies. Ce qu'il nous a démontré, et là je suis encore d'accord avec lui, c'est que le phénoménisme du type Russell de ma jeunesse ne tient pas. C'est un phénoménisme qui requiert que les énoncés physiques soit traduisibles dans les énoncés portant exclusivement sur les phénomènes, et ça ne va pas. Quand même, je crois qu'on peut toujours défendre un phénoménisme plus flexible à l'idée que les objets physiques sont des «posits» dans le sens de Quine qu'on invoque pour expliquer les phénomènes. Evidemment, il y a des problèmes: il y a des problèmes de la description des phénomènes, et aussi de préciser dans quel sens cette explication compte comme

une réduction. Mais aussi ce qui n'est pas exclu, c'est l'opérationisme des pragmatistes, la théorie de Bridgman, et autres, selon lesquels les quantités physiques sont définies par les opérations. Evidemment, là aussi, il y a de grandes difficultés qu'a fait ressortir Hempel par exemple dans ses œuvres sur la technique de la construction des théories, mais je ne crois pas que ces difficultés ne puissent pas être surmontées. Finalement, je me référerai à une remarque que M. Vuillemin a faite à la fin de son discours, qui a dit que maintenant on sait qu'il y a des limitations de principe à la connaissance humaine et il a cité Gödel et aussi Heisenberg. Il me semble que l'interprétation que M. Vuillemin donne de ces deux exemples est contestable. Ce qu'a montré Gödel, comme le sait tout le monde, c'est que dans n'importe quel système qui est suffisamment riche pour contenir l'arithmétique, il y a des énoncés vrais qui ne sont pas démontrables dans le système. Mais ce n'est pas une limitation à la connaissance humaine. On sait que ces énoncés sont vrais. On ne peut pas les démontrer dans le système, mais on peut y avoir recours dans un autre système et ainsi de suite indéfiniment. Pour le cas d'Heisenberg, évidemment, vous avez à ce moment là toute l'interprétation de l'école de Copenhague. Il y a l'interprétation réaliste, selon laquelle les particules ont une position donnée, à un moment donné, mais malheureusement, nous ne pouvons pas le découvrir, mais aussi l'interprétation de Copenhague, selon laquelle cela n'a pas un sens de dire d'une particule qu'elle a une position et en même temps de la définir. Donc ce n'est pas aussi simple que M. Vuillemin l'a suggéré. Finalement, je vais me permettre une remarque historique à propos de ce qu'a dit M. Mercier: ce n'est pas du tout exact de concevoir la relation entre Wittgenstein et Miss Anscombe comme une relation entre Socrate et Platon, ni même comme une relation entre Bentham et Bowring. En fait, les deux tiers des «investigations» ont été publiés tels que Wittgenstein les a laissés. C'est l'œuvre de Wittgenstein. Pour le reste, les mots sont tous les mots de Wittgenstein, seulement l'ordre des mots est en partie l'ordre de Miss Anscombe. Mais je suis d'accord avec M. Mercier sur le fond, que les œuvres posthumes de Wittgenstein sont des œuvres presque hermétiques.

J. VUILLEMIN

Je ne pense pas qu'il y ait de langage non symbolique. Donc il y a un défaut d'expression dans la phrase incriminée. Ce que j'ai voulu dire, c'est qu'il est assez paradoxal, que ce soit parce qu'on a un système de symboles qu'on peut saisir la réalité, c'est-à-dire que la fonction d'objectivité soit discursive. C'est un autre moyen de dire qu'il n'y a pas d'intuition intellectuelle et par conséquent de rejeter aussi bien le rationalisme au sens cartésien du mot que le sensualisme au sens de Hume.

Quant au second point, M. Ayer me contraint à accentuer une nuance qu'il me semble que j'avais introduite dans mon papier imprimé: «Mais l'analogie, écrivais-je, entre mesure et langage va plus loin encore et restitue à l'intuitionnisme, au sens brouwérien, distinct du sensualisme un peu court qu'on a critiqué, une partie de ses droits et en tout cas de sa plausibilité». Autrement dit, je suis moi-même gêné par ce conflit entre le réalisme qui me paraît valoir pour toute la science classique y compris Einstein, et de l'intuitionnisme qui est, apparu de façon inattendue dans la physique contemporaine. Je n'ai d'ailleurs pas de solution à proposer à cette énigme. Quant à Gödel, je maintiens mon interprétation. La théorie gödelienne apparaît comme une limitation de la raison, ne serait-ce que si l'on se réfère aux espoirs que Hilbert avait formulés lorsqu'il concevait les espérances d'une méta-mathématique qui n'ont pas pu se réaliser. Donc je suis d'accord avec M. Ayer sur le deuxième point; sur le troisième, je maintiens mon point de vue.

R. KLIBANSKY

Monsieur Vuillemin a commencé en évoquant la mémoire de Wittgenstein. Or le biographe de Wittgenstein nous raconte que lors d'un voyage de Londres à Cambridge avec le Fellow de Trinity, il discutait cette conception du langage comme image. Ce Fellow de Trinity, qui était Napolitain, en exécutant un geste inconnu de Wittgenstein, lui demanda: «de quoi ce geste, est-il l'image? Et Wittgenstein a vu que cette théorie de l'image ne tenait pas du tout. Le langage de gestes n'est l'image de rien du tout et il a vu que le langage comme tel ne

peut pas être décrit comme image. Il est assez surprenant, à première vue, que Wittgenstein n'ait pas tenu compte des objections qui, déjà du temps de Platon ont été adressées à cette théorie. Wittgenstein lisait peu : il lisait Schopenhauer, il lisait Lichtenberg et il connaissait Mauthner, mais les grands classiques, il les ignorait à cette époque.

Le terme «image» présuppose une ressemblance entre l'image et son original, et une ressemblance qui certainement a un *fondamentum*. Sans *fondamentum*, elle n'est rien. Or, est-il besoin de le dire, il n'y a, sauf dans les cas extrêmes, aucune ressemblance de tel genre entre langage et réalité. Prenons le mot «image». Il n'est image de rien du tout, mais symbole, symbole d'une relation entre un donné et l'original qu'il reflète. Et pouvons-nous parler vraiment de langage comme mesure sans priver la notion de mesure de son sens propre. Nous pouvons mesurer la température selon diverses manières de la mesurer. La température mesurée reste la même. Le sauvage de la Nouvelle Guinée se sert d'un langage visant son monde magique, religieux, intellectuel. Nous nous servons d'un autre langage. Avons-nous le droit de dire que nos différentes langues sont des mesures différentes de la même réalité ? Ne faudrait-il pas distinguer nettement entre image, mesure, représentation et symbole. Ce n'est qu'ainsi, je crois, que nous pourrions rendre justice au caractère du langage.

J. VUILLEMIN

Je voulais défendre Wittgenstein, parce qu'il me semble que la notion d'image chez Wittgenstein, bien qu'il utilise également le mot tableau, n'est pas la notion de figuration réaliste telle que le Fellow de Trinity l'entendait. J'ai essayé d'éclairer ce point par la notion d'*Abbildung*, c'est-à-dire la notion d'image mathématique qui est en réalité sous-jacente à la doctrine de Wittgenstein.

Quant à la pluralité des mesures elle est nécessaire, mais les mesures sont un langage, parce qu'il faut que ces mesures puissent s'appliquer les unes aux autres pour former un système compatible. Lorsque vous parlez du naturel de Nouvelle Guinée, et que vous comparez son langage à notre langage scientifique, je ne pense pas qu'il y a ici de rapport assignable. L'invention de la science, des mathématiques en Grèce et de la physique à l'époque de Galilée a complètement bou-

leversé le langage en général. On peut naturellement contester l'utilisation du même mot de langage pour parler du langage des *Principia Mathematica* ou d'un livre de physique et d'autre part du langage que j'utilise en ce moment. Je ne défendrai donc pas l'usage du mot, mais je pense que les concepts sont d'origines totalement différentes.

G. G. GRANGER

Sur le premier point, je voudrais reprendre l'observation de M. Bunge. Il me semble que la théorie de la mensuration qui vient d'être proposée est trop étroite et que cela vient de l'exemple qui a été choisi. Il faudrait une théorie de la mensuration qui soit pluraliste et qui fasse droit à des théories de la mesure ou à des modèles de mesure différents de ce modèle additif trop simple que Vuillemin a envisagé. Mais ceci ne touche pas à la théorie de la mensuration comme langage. Je crois toutefois que celle-ci comporte un trait tout à fait particulier que Vuillemin peut-être n'a pas signalé. C'est celui-ci: si la mensuration est — il l'a montré — un langage, c'est un langage très pauvre et très déterminé, ce qui n'est pas le cas de tous les langages, même formels. La structure formelle sous-jacente à une théorie de la mensuration, c'est toujours une structure mathématique très simple et tout à fait facile à décrire, comportant la combinaison d'une structure d'ordre ou de préordre et d'une structure algébrique soit ingroupoïde, soit ingroupe, selon qu'on considère la mesure qu'on veut fabriquer.

Deuxième observation. Elle se rapporte aussi à une remarque de M. Bunge et à ce qu'a dit Vuillemin sur l'idée fondamentale de dimension. Je crois qu'il y a un point qui obscurcit encore cette notion de dimension dont le physicien Bunge a bien montré tous les pièges, c'est qu'on ne sait pas très bien, lorsque le mathématicien parle de dimension, dans quelle mesure se trouvent confondus le concept topologique de dimension et le concept algébrique de dimension, celui qui se rapporte aux espaces vectoriels. Dans quelle mesure en physique faut-il faire droit à la coïncidence de l'une et de l'autre définition ou à leur possible séparation ? Je crois qu'il y a là une raison de plus de se tromper.

Enfin, ma troisième observation rejoint celle de M. Ayer. Elle concerne l'analogie que Vuillemin a instituée, un peu rapidement, je

crois, entre les limitations internes des formalismes et la limitation externe des processus de mensuration tels que, semble-t-il, la théorie quantique actuelle le fait apparaître. D'abord il n'est pas sûr que cette limitation Heisenbergienne de la mensuration soit définitive et qu'elle ne puisse être surmontée. Et même en admettant qu'elle soit insurmontable, je crois qu'il s'agit d'une limitation externe de la mensuration, qu'il ne faut pas mettre sur le même plan que les limitations Gödeliennes parfaitement internes qui concernent le formalisme.

J. VUILLEMIN

Je ne reviendrai pas sur la première question, sur la pluralité des mesures. Je l'admets. Quant à l'argument des dimensions, un mathématicien nous donnera la réponse. Je répondrai donc simplement à la seconde et à la quatrième question. Tu constates que le langage de la mesure est un langage pauvre, ce que j'admets tout à fait et tu me reproches de confondre le problème de la limitation interne du formalisme avec le problème externe de la mesure. Or je ne les ai pas confondus, pas plus que Quine, auquel j'emprunte cette citation, ne les confond. C'est la pauvreté même du langage de la mesure qui fait qu'il y a des limitations externes. Autrement dit, ce qui fait la richesse de la théorie de Gödel, c'est qu'il y a une application du langage en lui-même qui est évidemment inconcevable dans le cas de la mesure physique. Mais c'est une même surprise qui a été provoquée et c'est sous-estimer la découverte de Heisenberg que de penser qu'on se heurte à une difficulté passagère: la découverte de Heisenberg a produit le même choc sur la raison physique que ce que produisit la découverte de Gödel sur la raison mathématique.

Quant à savoir si, comme on l'a dit, le langage est assertif, impératif ou expressif, je vais répondre brièvement. D'abord j'ai essayé de démontrer que la mesure requerrait une syntaxe, une sémantique et une pragmatique. L'unité de mesure et son arbitraire ne constituent qu'une partie de la sémantique. Autrement dit, nous avons le droit de choisir nos mots et de refuser d'appeler langage ce qu'on appelle langage en mathématiques, c'est-à-dire un système d'axiomes et de règles applicables à la réalité.

Quant à la première des objections qui peut m'être faite, j'ai enten-

du par assertion ce que les logiciens entendent par là, c'est-à-dire que j'ai mis entre parenthèses la notion de croyance et il me semble que toute la physique se constitue au moment où les problèmes psychologiques de la croyance sont évacués de la théorie.