

EINE BEMERKUNG ZUM ANDERSON'S «SANKTIONENSYSTEM»
IN DER MODALEN LOGIK

BOHUSLAV PEKLO

Die bisher bekannten deontischen logischen Konstanten (z.B. «O», «F», «P» —⁽¹⁾) haben eine weitere Definitionstätigkeit veranlasst. Nach den Versuchen von Menger⁽²⁾ und von Bohnert⁽³⁾ ist besonders das System von Alan Ross Anderson ein sehr besprochenes und Aufmerksamkeit erregendes System der deontischen Modallogik geworden⁽⁴⁾. Auch wir haben diesem System einige kritische Bemerkungen gewidmet⁽⁵⁾.

Ganz kurz dargestellt, Anderson glaubt die üblichen deontischen Funktoren: «P...» (= «...darf sein»), «O...» (= «...soll sein») und «F...» (= «...ist verboten») mit Hilfe der alethisch modalisierter Aussagenlogik ersetzen zu können. So gelangt er zu den Definitionen:

(1) G. H. VON WRIGHT, *An Essay in Modal Logic*, 1951, S. 29ff.; G. H. VON WRIGHT, *Deontic Logic*, 1961, *Mind*, Bd. 60, Nr. 237, S. 1 ff.

(2) K. MENDER, *A Logic of the Doubtful. On Optative and Imperative Logic*, 1939, *Univ. of Notre Dame. Reports of a Mathematical Colloquium*, Second Series, S. 53-64.

(3) H. G. BOHNERT, *The Semiotic Status of Commands*, 1945, *Philosophy of Science*, Bd. 12, S. 302-315.

(4) A. R. ANDERSON, *The Formal Analysis of Normative Systems*, 1956, Technical Report No. 2, U.S. Office of Naval Research Contract No. SAR/Nonr-609/16; *ders.* A: *The Logic of Norms*, 1958, *Logique et Analyse*, Nr. 2, S. 84-91; *ders.* A.: *A Reduction of Deontic Logic to Alethic Modal Logic*, 1958, *Mind*, Bd. 67, N.S., S. 100-103; *ders.* A.: *Independent Axioms Schemata for S5*, 1956, *The Journ. of Symb. Logic*, Bd. 21, Nr. 3, S. 255-256; A. ROSS ANDERSON-Omar Khavyam MOORE, *The Formal Analysis of Normative Concepts*, 1957, *American Sociological Review*, Bd. 22, Nr. 1, S. 9-17; vgl. dazu: A. N. PRIOR, *Time and Modality*. Anhang D: *Modal and Deontic Logic*, 1957, Oxford, S. 140-145; *ders.* A.: *Escapism. The Logical Basis of Ethics*, in: A. I. MELDEN, *Essays in Moral Philosophy*, 1958, Univ. of Washington Press, Seattle, S. 135-146.

(5) B. PEKLO, *Einige Bemerkungen zu den deontischen Systemen, welche Sanktionen und mehrere Funktoren enthalten*, 1962, *Logique et Analyse*, Bd. 5, Nr. 19, S. 98-121. — Wir wollen in dieser unseren Arbeit die Ausführungen des genannten unseren Artikels nicht wiederholen. Die gegenwärtige Arbeit folgt eher der Möglichkeit der Anwendung der Folgerungen des Anderson'schen Gedankenganges.

- 1) Df.P : $Px = \text{def } MKxNS = NCxS$ ⁽⁶⁾,
- 2) Df.F : $Fx = \text{def } NPx = NMKxNS = LCxS$,
- 3) Df.O : $Ox = \text{def } FNx = NMKNxNS = LCNxS$. ⁽⁷⁾

Den Brennpunkt seines Systems bildet sein einzig undefinierter Operator «S» = «die Sanktion», obwohl Anderson auch diesen Operator folgenderweise zu definieren versucht hat:

4) Df.S : $S = \text{def } KMNBB$ — was kann als: «Es kann möglich etwas Böses und Nichtböses vorkommen», gelesen werden. Diese seine Schlüsselfassung wurde schon einer Kritik unterzogen worden ⁽⁸⁾. Anderson bemüht sich diese seine «Sanktion» klarzumachen, indem er die Bedeutung dieses Ausdrucks sehr breit fasst. Unter dieser «Sanktion» braucht man nicht nur eine Sanktion im eigentlichen Sinne des Wortes zu verstehen, sondern dass überhaupt etwas «Böses» im Falle der Nichterfüllung einer Pflicht folgen wird, oder noch breiter: dass «man sich unter solchen Umständen (=im Falle dieser Nichterfüllung der Pflicht) ärgern oder unzufrieden sein wird» ⁽⁹⁾.

Die Variable «x» bildet (im Definiens) hier eine Aussage (= Aussagevariable) und die Sanktion «S» soll laut Anderson auch eine Aussage über ein tatsächliches Ereignis bezeichnen. Die Sanktionsvariable von Anderson hat aber einen beschränkten Veränderlichkeitsbereich. Sie kann zwar z.B. mit einer Aussage *über eine Handlung interpretiert* werden, aber diese Handlung muss eine wertschätzende Eigenschaft besitzen. Sie muss wenigstens etwas Böses sein.

Diese Definitionen Anderson's wecken manche Erwägungen ⁽¹⁰⁾.

⁽⁶⁾ Wir bedienen uns der sogenannten «polnischen» Notation von Łukasiewicz und der deontischen Notation von von Wright.

⁽⁷⁾ Anderson gibt zu, dass diese seine Fassung der deontischen Gedankenstrukturen durch Bohnert's Ansichten beeinflusst wurde — A. R. ANDERSON, *A Reduction of Deontic Logic...*, S.100.

⁽⁸⁾ Vgl.: H. N. CASTAÑEDA, *Obligation and Modal Logic*, 1960, *Logique et Analyse*, Bd. 3, Nr. 9, S.40-48.

⁽⁹⁾ A. R. ANDERSON, *The Logic of Norms*, S.85-86.

⁽¹⁰⁾ Wenn wir schon aus der Definition DS: «S = def KMNBB» in die Definitionen DfP, DfF und DfO das Definiens von «S» einsetzen werden, gelangen wir zu kaum intuitiv annehmbaren Definitionen für die Funktoren «O...» und «F...»: $Fx = \text{def } LCxKMNBB = LCxNCBLB$, $Ox = \text{def } LCNxKMNBB = LCNxNCBLB$, = «wenn eine Handlung «x» verboten ist, dann ist es wahr, dass etwas Böses etwas notwendig Böses nicht impliziere», und analogisch bei den Sollsätzen: «Wenn eine Handlung «x» sein soll und die kontradiktorische Handlung «Nx» verboten ist, dann ist es wahr, dass etwas Böses etwas notwendig Böses nicht impliziere».

Da aber das Anderson'sche Modalsystem besonders im Gewand der Prior'schen Kalküle logisch kalkülmassig sehr interessant ist⁽¹¹⁾, stellen wir uns doch eine Frage, unter welchen Bedingungen diese Formeln zu logisch wahren Formeln gelangen könnten. Wir wissen, dass Anderson's Formeln psychologische, soziologische, udgl., nicht aber logische Zusammenhänge abbilden. Diese Abbildungen ziehen miteinander die teleologischen Zusammenhänge. Wenn eine Handlung «x» verboten ist und dieselbe doch durchgeführt wird, dann erweckt diese Durchführung (psychologisch, sozial, udgl.) eine Empörung, welche in die Bestrebung um Beseitigung der störenden Handlung «x» oder dessen Einwirkungen einmünden wird.

Es entsteht weitherhin eine Frage, ob diese Anderson's Formeln von «F» und «O» strikte Implikationen oder sogar Folgerungen darstellen. Die logisch adäquate Darstellung dieser Zusammenhänge, welche in die kausalen Beziehungen einmünden können, wurde bisher kaum befriedigend gelöst⁽¹²⁾, und wir fürchten, dass wir auf dieser bescheidenen Stelle diese Abbildung kaum durchführen können.

Lewis⁽¹³⁾ glaubt die Folgerung und die strikte Implikation eine und dieselbe Sache zu sein. Wir werden den Ansichten von von Wright recht geben indem wir die Folgerung für «stärker» als die strikte Implikation halten. Laut von Wright können wir die materielle Implikation «Cab» auf zweierlei Weise behaupten. Indem wir nur behaupten, dass «Cab», ohne sich um die Wahrhaftigkeit ihrer ante-

(11) Prior's Beweise der Anderson'schen Definitionen sind nicht überzeugend. In seinem Buche: *Time and Modality*, S.141 geht er im Beweise aus der ganz problematischen Formel «CMpPp» aus, wogegen er sich im Artikel: *Escapism...*, S.137-139 an die kaum akzeptablen Formeln: 27/«CLpOp» und 31/«COpMp» lehnt.

(12) V. FILKORN, *Uvod do metodologie vied* (Einführung in die Methodologie der Wissenschaften), 1960, Bratislava, S.46ff.; H. GRENIEWSKI, *Elementy logiki formalnej*, 1955, Warszawa, S.25ff.; A. DRATVOVÁ, *Filosofie a prírodovědecké poznání* (Philosophie und naturwissenschaftliche Erkenntnis), 1947, S.6ff.; V. S. SCHWYREW, *K voprosu o kauzalnoj implikaciji* (Zur Frage der kausalen Implikation), 1959, *Logičeskije Issledovanija*, S.146ff.; A. BURKS, *The Logic of Causal Propositions*, 1951, *Mind*, V., 60; V. FILKORN, *Kauzálná logika* (Die kausale Logik), 1958, *Slovensky filozoficky časopis*, Bd.13, Nr. 3, S.209-219; H. REICHENBACH, *Nomological Statements and Admissible Operations*, 1954, S.18ff.

(13) C. I. LEWIS, *A Survey of Symbolic Logic*, 1918, Berkeley; C. I. LEWIS, and C. H. LANGFORD, *Symbolic Logic*, 1959, II. Aufl.

(14) G. H. VON WRIGHT, *Logical Studies*, 1957, S.172.

zedenten und konsequenten Komponente zu kümmern, wird diese materielle Implikation als intensional behauptet. Dies ist die logische Behauptung, da wir diese Implikation auch als einen Ausdruck des physischen (durch dieselbe abgebildeten) Zusammenhanges denken können. Laut von Wright⁽¹⁵⁾ lautet die Definition der Folgerung: Eine Aussage «*q*» wird aus der Aussage «*p*» dann und nur dann gefolgert, wenn es logisch möglich ist die Wahrhaftigkeit der Implikation «*Cpq*» erkennen, ohne die Falschheit von «*p*» oder die Wahrhaftigkeit von «*q*» zu kennen, also wenn die Wahrhaftigkeit von «*Cpq*» von der Falschheit von «*p*» oder von der Wahrhaftigkeit von «*q*» unabhängig nachweisbar ist⁽¹⁶⁾. Er führt dann fort, dass «*Cpq*» unabhängig von der «Demonstrierung» der Falschheit von «*p*» und der «Wahrhaftigkeit» von «*q*» «demonstriert» wird (Demonstrierung = logische Möglichkeit des Wahrheitserkennens — symbolisch bei von Wright mit «**D**» bezeichnet) was er auch formelweise symbolisch bezeichnet «**MKDCpqKNDNpNDq**»⁽¹⁷⁾. Z.B. «**CKpNpp**» ist eine Folgerung, da wir uns um den Wahrheitswert der Variablen «*p*» keineswegs kümmern brauchen, indem wir über die logische Wahrheit dieser Implikation entscheiden. Wir können dies symbolisch schreiben: $KpNp \vdash p$ (« \vdash » = ein Zeichen für Folgerung). Demgegenüber «**CKpNpq**» ist keine Folgerung, da wir ohne der Feststellung der Wahrhaftigkeit der antezedenten und konsequenten Komponenten über die logische Wahrhaftigkeit der ganzen Implikation keineswegs urteilen können. Sonach sind unsere beiden Implikationen für «**Fx**» und «**Ox**» Folgerungen, nicht nur strikte oder sogar materielle Implikationen. Die Folgerungsreihe der Folgerung, der strikten und materiellen Implikation stellt folgende Formel dar:

$$(p \vdash q) \vdash LCpq \vdash Cpq \text{ (18)}.$$

Da wir aber den Funktor «**S**» für Mittelfunktor halten müssen, ist damit auch eng (teleologisch) die Existenz eines Zweckwertes verbunden. Wenn Anderson die Verbote und Gebote mittels der Ausdrücke «**LCxS**» und «**LCNxS**» symbolisch darstellt, müssen wir die Stellung der Zielwerte in diesen seinen Gedankenstrukturen feststellen, da die Variable «**S**» offenbar den Charakter des Mittels haben muss. Diese Zielwerte sind leicht im Anderson's System beweisbar. Wenn wir die beiden problematischen Beweise Priors⁽¹⁹⁾ meiden

(15) VON WRIGHT, *o.c.*, S.176-178.

(16) VON WRIGHT, *o.c.*, S.176-178.

(17) VON WRIGHT, *o.c.*, S.181-184.

(18) K. BERKA-M. MLEZIVA, *Co je logika* (Was ist die Logik), 1962, S.118-123.

(19) Vgl. PEKLO, *o.c.*, S.106-110, und die Fussnote (11) oben.

wollen, können wir ganz bequem die Anderson'schen Definitionen als Äquivalenzen formal-logisch beweisen. Wir gehen von dem Lewis'schen System S1 aus. Die Zielwerte sind für Gebote «**Ox**» und für Verbote «**NPx**» (im Sinne der von Wright's Strukturen). Mit Hilfe des Axioms S1 (5) «**LCKLCpqlCqrLCp**» kann man folgende Äquivalenzen als logisch wahr beweisen:

Ox: **EOxLCNxS**, **Fx**: **ENPxLCxS**, **Px**: **EPxMKxNS**.

- (i) **EOxLCNxS**,
- (1) **KCOxLCNxSCLCNxSOx**,
- (2) **CLCNxSOx**, S1(5) *p/LCNxS*, *r/Ox*,
- (3) **LCKLCLCNxSgLCqOxLCLCNxSOx**, laut der Abtrennungsregel:
- (4) **LCLCNxSOx**, *CLpp* und Abtrennungsregel:
- (5) **CLCNxSOx**,
- (6) **COxLCNxS**, S1(5) *p/Ox*, *r/LCNxS*,
- (7) **LCKLCOxqLCqLCNxSLCOxLCNxS**, laut der Abtrennungsregel:
- (8) **LCOxLCNxS**, *CLpp* und Abtrennungsregel:
- (9) **COxLCNxS**, (5), (9),
- (10) **EOxLCNxS**.
- (ii) **ENPxLCxS**,
- (11) **KCNPxLCxSCLCxSNPx**,
- (12) **CLCxSNPx**, S1(5) *p/LCxS*, *r/N Px*,
- (13) **LCKLCLCxSgLCqNPxLCLCxSNPx**, laut der Abtrennungsregel:
- (14) **LCLCxSNPx**, *CLpp* und Abtrennungsregel:
- (15) **CLCxSNPx**,
- (16) **CNPxLCxS**, S1 (5) *p/NPx*, *r/LCxS*,
- (17) **LCKLCNPxqLCqLCxSLCNPxLCxS**, laut der Abtrennungsregel:
- (18) **LCNPxLCxS**, *CLpp* und Abtrennungsregel:
- (19) **CNPxLCxS**, (15), (19),
- (20) **ENPxLCxS**.
- (iii) **EPxMKxNS**,
- (21) **KCPxMKxNSCMKxNSPx**,
- (22) **CMKxNSPx**, S1 (5) *p/MKxNS*, *r/Px*,
- (23) **LCKLCMKxNSgLCqPxLCMKxNSPx**, laut der Abtrennungsregel:
- (24) **LCMKxNSPx**, *CLpp* und Abtrennungsregel:
- (25) **CMKxNSPx**,
- (26) **CPxMKxNS**, S1(5) *p/Px*, *r/MKxNS*,
- (27) **LCKLCPxqLCqMKxNSLCPxMKxNS**, laut der Abtrennungsregel:
- (28) **LCPxMKxNS**, *CLpp* und Abtrennungsregel:
- (29) **CPxMKxNS**, (25), (29),
- (30) **EPxMKxNS**.

Diese Frage der Anderson'schen Definitionen, bzw. (bei uns) Äquivalenzen können wir durch die Unterscheidung der blossen Nichterfüllung einer Pflicht (to not obey) von der Ablehnung der Erfüllung (to disobey) der Pflicht weiterhin entwickeln⁽²⁰⁾. Da aber Anderson offenbar diese Unterscheidung keineswegs vor Augen hatte, wollen wir hier diese unsere nur Randskizze in dieser Richtung keineswegs komplizieren. Die Einführung dieses Unterschiedes müsste über die deontischen Folgerungen aus den Handlungen und deren Unterlassungen geführt werden. Besonders bei den Letztgenannten wäre die Feststellung einer solchen Folgerung sehr mühevoll, da man bei der Unterlassung einer Handlung diese deontischen Elemente manchmal kaum beweisen könnte.

Auch die Unterscheidung der Darfsätze (= das blosse Nichtverbotensein: «EPxNNP x ») von den Genehmigungssätzen (welche eine ausdrückliche Genehmigung voraussetzen: «CPxNNP x »), welche wir für notwendig halten, wird die Situation unserer Beweise nicht beträchtlich verändern.

Es bleibt uns noch die Lösung folgender Schwierigkeit zu streifen übrig, welche mit der Anderson's und Bohnert's Sanktionstheorie verbunden ist. Wenn wir die Pflicht gemäss Anderson (als Gebot) durch das Definiens «LCN x S» und das Verbot durch das Definiens «LC x S» bezeichnen wollten, bekommen wir die Alternativen «L x S» und «LAN x S». Diese Alternativen, welche gegenüber ihren Komponenten nicht exklusiv sind, können aber folgenderweise interpretiert werden: «Wenn eine Pflicht von der Form «O x » gilt, dann kann, während diese Pflicht erfüllt wird, auch die Sanktion für Nichterfüllung derselben eintreten. Wenn dann eine Handlung verboten ist, kann ähnlicherweise, wenn diese Handlung nicht vollzogen worden ist, die Sanktion für die Vollziehung derselben eintreten.»⁽²¹⁾ Die blosse und Ausschliessliche Benützung des Sheffer's Funktors der

⁽²⁰⁾ Shia MOSER, Some Remarks about Imperatives, 1956-1957, *Philosophy and Phenomenological Research*, Bd. 17, S.193 ff.

⁽²¹⁾ O. WEINBERGER, *Die Sollsatzproblematik in der modernen Logik*, 1958, S.109-111. — Die symbolische Darstellung dieser Situation durch die Formel «CKO x x S» (was mir beantragt worden ist), welche mit der Formel «CO x C x S» äquivalent ist, halte ich für unpassend, da die Anderson'schen Definiensen «LC x S» und «LCN x S» diese sinnwidrige Situation genügend illustrieren. Die beantragte Formel «CO x C x S» könnte zu den weiteren Sinnwidrigkeiten führen, wie z.B. es könnte «O x » das (Anderson'sche) Verbot und «NP x » das (Anderson'sche) Gebot implizieren, was wohl widersinnig ist, aber unsere obenangeführte ebenfalls widersinnige Situation keineswegs deutlich darstellt.

ausschliessenden Alternative nützt hier nichts, da dieses Funktor auf die nichtausschliessende Alternative überführt werden kann. Auch dyadische Relationslogik⁽²²⁾ hilft hier nicht, da die dyadischen logischen Funktionen auf die monadisch-logischen Formen leicht überführbar sind. Z.B. «EO/p/q/OCqp». Es bleibt hier nichts anderes übrig, wenn wir diese Schwierigkeiten der nichtausschliessenden Alternative meiden wollen, als wenn wir einen Zusatzlehrsatz in das System einreihen werden, d.i. wir werden diese Alternative mit dem Sheffer's Funktor «NMKxS», bzw. «NMKNxS» mittels der Konjunktion, zu verbinden versuchen. Dieser Lehrsatz könnte z.B. folgenderweise formuliert werden:

«EOxKLCNxSNKxS» und: «ENPxKLCxSNKNxS».

Aber auch dieses Zusatzaxiom wird uns kaum behilflich sein, da es zu den problematischen Äquivalenzen «EOxLExS» und «ENPxLExS», bzw. zu den ebenfalls problematischen weiteren Äquivalenzen «EOxLCxNS» und «ENPxLCNxNS» führen müsste.

Praag

Bohuslav PEKLO

(22) Vgl. G. H. VON WRIGHT, *Logical Studies*, S.89 ff.