LE COLLOQUE SUR LES LOGIQUES NON CLASSIQUES

Du 23 au 26 août 1962 s'est tenu à Helsinki, sous la présidence du Professeur G. H. von Wright, un important colloque consacré aux logiques modales et polyvalentes. Ce colloque a permis, tant par la qualité des conférenciers que par le caractère des communications, révélant pour ainsi dire toutes des résultats nouveaux, de saisir sur le vif les démarches les plus récentes de la pensée dans le domaine des logiques dites non classiques.

Dans son allocution d'ouverture, le Professeur von Wright a tenu à rendre hommage au Chanoine Robert Feys, l'un des pionniers les plus éminents dans cet ordre de recherches, enlevé à la science en avril 1961. D'autre part, il s'est plu à comparer, mais avec quelques réserves, le statut des logiques non classiques à celui des géométries non euclidiennes, pour ménager à la fois l'intérêt des recherches théoriques et les possibilités futures d'application.

D'une manière générale, on peut considérer que deux groupes de méthodes ont dominé les exposés, les uns s'inspirant de la métamathématique et de la métalogique (Écoles polonaise et américaine), les autres de l'analyse logique (Britanniques et certains Scandinaves). Quelques orateurs n'ont pu, pour des raisons diverses, se déplacer (S. Jáskowski devait parler de l'implication contrefactuelle, O. Weinberger devait traiter de la logique des énoncés déontiques). De plus, les circonstances ne nous ont pas permis de prendre connaissance des communications de H. Hiz (Université de Pennsylvanie) ,de M. Ohnishi (Université d'Osaka), et de H. Rasiowa (Université de Varsovie).

Nous nous proposons, dans les pages qui suivent, de rendre succinctement compte de la vingtaine de communications restantes. Aucune d'entre elles d'ailleurs n'était destinée à fournir une vue d'ensemble de la problématique générale des logiques non classiques, chacune au contraire développe des techniques ou des points bien particuliers. La présentation que nous adoptons ne peut faire oublier que les divers domaines de la logique non classique connaissent des problèmes et des solutions communs ou apparentés.

I.- *Logiques polyvalentes* (1)

A. Mostowski (Université de Varsovie) généralise, pour une classe de logiques polyvalentes, la méthode hilbertienne de la fonction ε et

(1) Nous utiliserons le symbolisme adopté respectivement par chacun des auteurs.

certains des résultats obtenus à l'aide de cette méthode en logique classique. Pour ce faire, il considère des théories dont la syntaxe ne diffère de celle des théories ordinaires du premier ordre que par le nombre arbitraire, mais fini, de connectifs propositionnels et de quantificateurs. Il utilise la méthode Herbrand-Skolem pour éliminer les quantificateurs. Si V est l'ensemble complètement ordonné des valeurs de vérité dans une logique polyvalente, et si le nombre de quantificateurs est ramené à deux (opérations sup. et inf.), il est possible de considérer également le cas où V est la famille partiellement ordonnée de tous les sous-ensembles d'un ensemble fixe Z.

C. C. Chang (Université de Californie) part de la logique à un nombre infini de valeurs de Łukasiewicz (L), dont l'intervalle fermé (o, 1) donne l'ensemble des valeurs de vérité et considère une extension naturelle de L avec un intervalle fermé (—1, 1). Il en formule, après Tarski, Wajsberg, McNaughton, Rose-Rosser, Scarpellini, Mostowski et Belluce, les axiomes, les règles, et quelques théorèmes, pour la logique des propositions et celle des prédicats du premier ordre.

C'est également de $\bar{L}$ que part A. Salomaa (Université de Turku), pour étudier le cas où, $E\chi_0$ étant l'ensemble des fonctions de vérité, et S un sous-ensemble dénombrable de $E\chi_0$, il n'existe pas de fonction de Sheffer de S contenue dans S. Ce cas se présente si S est l'ensemble engendré par les fonctions C et N dans L. L'auteur examine ensuite quelques problèmes de décision liés à la fonction de Sheffer.

II.- *Logiques modales*

A. R. Anderson (Yale University) examine quelques problèmes liés au système *E* qu'avec Belnap, il a proposé comme variante à l'idée d'*implication rigoureuse* d'Ackermann. Du point de vue sémantique, le système n'est satisfait que pour des inférences du premier degré (A→B où A et B ne contiennent que des fonctions de vérité). Une généralisation pour *EQ* (c'est-à-dire *E* muni de quantificateurs pour individus) est possible. Du point de vue syntactique, $((A(\bar{A} v B) \rightarrow B))$ est rejetée, car cette formule conduit à $A\bar{A} \rightarrow B$, paradoxe non admis sur la base d'une matrice d'Ackermann. Enfin on ne connaît pas de procédé général de décision pour *E*.

C'est par les probabilités que N. Rescher (Université de Pennsylvanie) cherche à exprimer certaines modalités: N(p) = 1 si Pr(p) = 1 et P(p) = o si Pr(p) = o. Définissant une tautologie modale (M-tautology) et construisant l'implication stricte comme une implication matérielle nécessaire, il montre principalement que S5 permet une axiomatisation complète pour les tautologies modales (chaque théorème de S5 est une tautologie modale et inversément).

S. Kanger (Université d'Uppsala) cherche à interpréter l'idée intuitive (et philosophique) qu'une proposition est nécessairement vraie si elle est vraie dans n'importe quel univers, en procédant à une généralisation sémantique plutôt qu'à une généralisation par quantification. S. Kripke (Université de Harvard) au contraire, considère une structure de modèle (G, K, R), où K est un ensemble (par exemple l'ensemble de tous les mondes), GεK (par exemple G = «monde réel») et R une relation réflexive et transitive pour K, et Φ un modèle pour (G, K, R), qui est une fonction binaire Φ (P, H) assignant à chaque formule atomique P et à chaque HεK une valeur de vérité T ou de fausseté F. Sur cette base, il procède à une extension du système axiomatique jusqu'à la quantification et obtient des théorèmes de complétude pour la logique modale quantifiée. De son côté, J. Hintikka (Université de Helsinki) utilise la notion de «ensemble de modèles» (m.s.), qu'il définit formellement comme l'ensemble des formules qui satisfont à certaines conditions de fermeture et de consistance, et intuitivement comme une description partielle d'un état de choses possible (un monde possible). Un «système de modèles» est un ensemble d'ensembles de modèles pour lesquels se trouve définie une relation dyadique, en l'occurrence la relation d'«alternative», qui décrit l'état de choses qui aurait pu être réalisé au lieu de celui décrit par m.s.. Hintikka examine alors les modifications, donnant lieu à différents types de logiques modales, qui peuvent être apportées à cette structure de base: on peut introduire ou rejeter la réflexivité, la symétrie, la transitivité, on peut exiger ou ne pas exiger que les identités puissent passer de (m.s.) à ses alternatives; et il en va de même, dans les cas faibles, pour des individus quelconques qui existent, et dans les cas forts, pour l'hypothèse de l'unicité de référence (problème général de l'«opacité référentielle»).

R. Montague (Université de Californie) traite syntactiquement des modalités, à la suite de Gödel, de Carnap et de Quine. L'hypothèse qui gouverne le traitement syntactique des modalités revient à considérer les termes modaux comme des prédicats plutôt que comme des opérateurs propositionnels. L'auteur recherche ensuite quelles sont les lois ordinaires de la logique modale qui peuvent, dans ces conditions, être conservées. Si T est un extension de Q (arithmétique de Robinson), T est inconsistant pour certaines conditions, tandis que certains principes modaux seulement sont démontrables, respectivement dans les systèmes de Prior (*Modality and quantification in* S5), de Kripke (*A completeness theorem in modal logic*) et dans S1.

G. S. Moisil (Université de Bucarest) préfère également, à la définition sémantique des logiques de Łukasiewicz, une définition syntactique, qui puisse satisfaire les axiomes de la logique positive de Hilbert et Bernays.

Dans un article (*Journal of Symbolic Logic,* vol. 12, 1947), Mme R. Barcan Marcus (Roosevelt University) a procédé à l'extension de *S2* et de *S4* au second ordre ($S2^2$, $S4^2$), l'opérateur d'abstraction ($\hat{}$) étant ajouté comme symbole primitif. Dans son exposé, elle considère, en utilisant ces premiers matériaux, les classes et les attributs dans des systèmes modaux généralisés, elle montre comment on peut les distinguer, comment interpréter la quantification dans des contextes à modalités et à attributs, quel est le statut des attributs vides (par exemple «être une licorne») et quel est celui des noms propres sans dénotation.

C'est précisément de la «formule de Barcan»: $(v) \Box A \rightarrow \Box (v) A$, de S4 quantifié, de l'identité (déterminée pour les classes par un axiome d'extensionalité, et pour les attributs par un axiome d'intensionalité), que part E. J. Lemmon (Université d'Oxford) pour construire une théorie des attributs basée sur la logique modale. Il postule que chaque attribut détermine une classe dont les membres sont exactement les choses (things) qui possèdent l'attribut en question: $(\exists s)\,(x)\,(x \,\varepsilon\, s \leftrightarrow x \,\alpha\, f)$. Le système obtenu peut être interprété comme une extension de la théorie des ensembles de von Neumann et, selon son auteur, il paraît éviter à la fois les complications de la logique intensionnelle de Church et les paradoxes habituels des modalités.

J. Porte (C.N.R.S.) considère le système Ω comme système modal (différent du système de Frege-Łukasiewicz pour le calcul classique des propositions) si la «possibilité» (M) et la «nécessité» (L) sont définies de la manière suivante: $Mx = C\Omega x$ et $Lx = NMNx$ pour toute «wff x». Parmi les théorèmes qui dérivent de ces considérations, on trouve: Th. 1 et 2: Ω est une extension du calcul classique des propositions, auquel il est isomorphe, et il est dès lors décidable; Th. 3: il possède une matrice à 4 éléments; Th. 4: les conditions énoncées par Łukasiewicz et propres à un connectif appelé «possibilité», sont satisfaites pour M; Th. 5: Lx ne peut être prouvé pour une quelconque formule x.

Quittant le champ assez étroit des techniques propres à tel ou tel système utilisant les modalités, E. Stenius (Académie d'Åbo), L. Åqvist (Université d'Uppsala) et S. Halldén (Université d'Uppsala) ont présenté des communications portant respectivement sur les systèmes normatifs, sur la logique déontique et sur le caractère pragmatiste de la logique modale. E. Stenius donne à tout énoncé normatif (c.-à-d., à toute formule du premier ordre de la logique déontique sans quantification de von Wright) l'interprétation suivante: «Les relations logiques entre énoncés normatifs dans leur interprétation modale sont les mêmes que les relations logiques entre ces énoncés dans leur interprétation factuelle». Dès lors, par exemple «$(O(p \vee \sim p)$» est une vérité logique, et «$Op \rightarrow \sim O(\sim p)$» ne l'est pas, car un système qui ne comprendrait que des interdictions est logiquement possible. L. Åqvist utilise à la fois une version affaiblie de T (Feys) et les résultats obtenus par Halldén (*On the Logic of «Better»*). Il considère les opérateurs déontiques suivants (compte tenu de la définition «Bpq» = «p est déontiquement meilleur que q»): «Op» = «BpNp»; «Fp» = «BNpp»; «Pp» = «NBNpp». S. Halldén de son côté, introduit la notion de «garantie» (guarantee, reliability) dans la logique modale (symbole: g) et donne par exemple comme axiomes: $gp \supset p$; gp, $g(p \supset q) . \supset . gq$; $gp = ggp$.

T. J. Smiley (Université de Cambridge) développe une logique de l'obligation avec les axiomes suivants: A1: toutes les tautologies; A2: OA si A est tautologique; A3: $O(A \supset B) . \supset . OA \supset OB$; A4: $O((O(A \supset B) . \supset . OA \supset OB))$; A5: $O(OA \supset A)$; A6: $OA \supset OOA$; A7: $\sim OA \supset O \sim OA$. Les règles sont: R1: règle de détachement; R2: $O(A \supset B) \supset O(OA \supset OB)$; R3: $A \supset OA$. Il symbolise l'erreur ou le paralogisme naturaliste («naturalistic fallacy») comme suit: $OA =$ déf. $L(\sim A \supset S)$, où «L» = nécessité et «S» = sanction.

III. *Logiques polyvalentes et modales*

A. R. Turquette (Université de l'Illinois), traitant des rapports entre modalité, polyvalence et minimalité, à partir d'une suggestion de Peirce concernant la notion d'«arbitraire», se sert de la logique trivalente de Łukasiewicz et de S. C. Kleene, des axiomes modifiés de M. Wajsberg et de la théorie quantificatrice pour les logiques polyvalentes de J. B. Rosser et Turquette.

IV. *Analyse logique*

P. T. Geach (Université de Birmingham) analyse le problème de l'identification des objets de référence dans ses rapports avec la quantification. Il s'agit d'un cas particulier du problème des noms propres dans les descriptions définies. La solution est liée par l'auteur à une interprétation nouvelle du quantificateur dans l'expression «Pour quelque *x*, *Fx*», qui ne signifie pas que le prédicat «*F*» est vrai de quelque objet, mais plutôt que l'expression «*Fx*» devient vraie pour quelque interprétation possible de «*x*» comme nom propre.

A. N. Prior (Université de Manchester) cherche à éliminer les cas où se présenterait une «opacité référentielle» dans les valeurs de «*f*», cas dans lesquels il y aurait des exceptions à la loi C*IxyCfxfy*. Pour arriver à l'élimination désirée, il faut a) considérer «I» comme exprimant une identité authentique (pour des variables de noms plutôt que pour des propositions), b) considérer «*x*» et «*y*» comme des noms authentiques plutôt que comme des descriptions d'objets authentiques.

Conclusion

Nous serons très bref, vu la diversité et la richesse des communications. On constatera que les problèmes de la logique modale ont suscité plus d'intérêt que la logique polyvalente à proprement parler, bien que celle-ci intervienne assez souvent dans les solutions ou les développements donnés à ces problèmes. D'autre part, il nous est apparu à maintes reprises que la logique non classique contribue, non tant à fixer nos conventions de langage, comme le fait la logique classique dans ses aspects formels et symboliques, qu'à enrichir fortement nos possibilités de langage, et à contraindre sans cesse le chercheur à s'interroger sur la véritable nature de la logique.

Les Actes de ce Colloque paraîtront vraisemblablement dans *Acta Philosophica Fennica.*

Octobre 1962

Université libre de Bruxelles Jacques Ruytinx