LOGISCHE MODELLE DER TABU-SPRACHEN

GERHARD FREY

Wir fassen im Folgenden Logik auf als Formalstruktur einer Sprache. Wir wollen uns also nicht um irgendwelche ontologischen Bedeutungen der logischen Bezüge kümmern. Diese interessieren uns hier bloss, insofern wir semantische Grundbegriffe wie «wahr», «falsch» als gegeben voraussetzen.

Man hat bei logischen Untersuchungen von Sprachsystemen im allgemeinen angenommen, dass jeder vorkommende Satz eindeutig entweder wahr oder falsch sei. Es gilt in solchen Sprachen also der Satz vom ausgeschlossenen Dritten, oder es gilt wie es Łukasiewicz ausgedrückt hat, der «Zweiwertsatz». Mitunter wird dann die Annahme gemacht, dass es auch Sätze gibt, die weder wahr noch falsch seien, sondern einen dritten Wahrheitswert, etwa «unbestimmt» haben. In diesem Fall würde in der betrachteten Sprache ein «Dreiwertsatz» gelten.

Man hat die logische Formalstruktur solcher Sprachsysteme möglichst exakt mit Hilfe der symbolischen Logik dargestellt. Dies geht nur, indem man zunächst eindeutig abgrenzt, welche Sätze zu der betrachteten Sprache gehören und welche nicht. So wird z.B. durch ein bestimmtes Wahrheitskriterium ein Sprachsystem aus der lebendigen natürlichen Gesamtsprache herausgeschnitten. Auf diese Weise kann erreicht werden, dass diese Teilsprache eindeutig ist in dem Sinne, dass ein Zwei- oder Dreiwertsatz streng gilt. In unseren modernen Wissenschaften leistet das «Prinzip der Erfahrung» diese Eingrenzung.

Unsere natürlichen Sprachen, — vor jenen mehr oder weniger künstlichen Einschnitten, — sind daher keineswegs in dem angedeuteten Sinne eindeutig. Praktisch können wir nicht umhin zuzugestehen, dass auch eine mehr oder weniger exakte Wissenschaftssprache immer gewissermassen eingebettet ist in eine umfangreichere natürliche, lebendige und uneingeschränkte Sprache. Aus diesem Grunde ist auch die immer wieder von Neuem vorzunehmende Abgrenzung der Wissenschaft gegen die anderen Bereiche des Lebens notwendig. «Das ist unwissenschaftlich !» womit in einem konkreten Falle die Abgrenzung vollzogen wird. Kein Wissenschaftler macht Zeit seines Lebens nur wissenschaftliche Aussagen. Aber als Wissenschaftler darf er nur solche machen; jeder Wisenschaftler weiss, dass es für ihn im Bereich der Wissenschaften einer der geistig tödlichsten Vorwürfe ist, wen ihm Unwissenschaftlichkeit nachgesagt werden kann. Die Sprache der Wissenschaft verwirft eine gewisse Aussagenmenge als nicht zu ihr gehörig. Was «wissenschaftlich» bedeutet, ist dabei weitgehend eine Konvention. Es gibt gewisse wissenschaftliche Spielregeln, an die man sich halten muss und die übrigens für die verschiedenen Disziplinen keineswegs immer die gleichen sind.

In einer grossen Anzahl ursprünglicher und primitiver Kulturen findet man Tabus. Diese Verbote, — häufig verbunden mit Totemismus, — beziehen sich im allgemeinen auf bestimmte Handlungen, die mit bestimmten Wesen und Objekten verbunden sind. Von unserem sprachlogischen Standpunkt aus interessiert uns nur die Möglichkeit, dass sich diese Tabus auf bestimmte Sprachformen beziehen. So können etwa die Namen von Totemtieren für bestimmte Gruppen und unter bestimmten Verhältnissen nicht ausgesprochen werden. Es kann ein Geheimwissen geben, das ausserhalb einer esoteren Gruppe tabu ist. Die Sprache, die dann in solchen Fällen gesprochen wird, ist also eingeschränkt durch diese Sprachtabus.

Auch unsere moderne Gesellschaft kennt solche Tabus, die uns insbesondere wieder als Sprachtabus interessieren. In jeder Gesellschaftsschicht gibt es gewisse Dinge über die nicht gesprochen werden darf, die also einem Tabu verfallen. Seit Freud wissen wir, dass es auch im Bewusstsein einzelner Menschen solche Tabu-Bereiche gibt. Die Psychoanalyse spricht in diesem Sinne von Verdrängung. Solange dieser Zustand der Verdrängung für einen bestimmten Bewusstseinskomplex innerhalb eines bestimmten Bewusstseins besteht, kann der betreffende Mensch nicht nur nicht daran denken, sondern auch nicht darüber sprechen.

Wir nennen alle Sprachen, die eine solche Einschränkung und Abgrenzung enthalten *Tabu-Sprachen.* Wie ist die logische Struktur solcher Tabusprachen beschaffen ? Es soll uns dabei der imperative Charakter der Tabus als Verbote hier zunächst nicht interessieren. Es soll ferner hier nicht berücksichtigt werden, dass solche Tabus als Verbote oder Verdrängungen auch wieder aufgehoben werden können. Es soll vielmehr nur untersucht werden, wie die logische Struktur einer Sprache aussieht, in der Tabus in Geltung sind.

I. *Die verwerfende Negation*

Jede Tabu-Sprache grenzt sich selbst ab, indem gewisse Sätze verworfen, ausgeschlossen werden. Über derartige verworfene Sätze kann innerhalb der Tabu-Sprache überhaupt nicht weiter gesprochen werden. Wir bezeichnen den logischen Prozess, durch den ein Satz in diesem Sinne verworfen wird und damit grundsätzlich ausgeschlossen wird aus der Sprache die *total verwerfende Negation.*

Alle Sätze werden auf diese Weise in zwei Satzmengen geteilt, so dass allen Sätzen der einen der Wert «zugelassen» (1) und allen Sätzen der anderen der Wert «verworfen» (0) zukommt. Die total verwerfende Negation ist dann definiert als eine singuläre logische Funktion: Ein Satz wird durch sie verworfen. Ein schon einmal verworfener Satz bleibt verworfen, auch wenn man die total verwerfende Negation auf ihn nochmals anwendet. Dies lässt sich in bekannter Weise durch eine Matrix darstellen:

p	**O**p
1	0
0	0

Eine normale, tauschende Negation, wie sie im Wertbereich wahr-falsch angenommen werden muss, kann es für das Wertbereich zugelassen-verworfen nicht geben. Durch ihre Geltung würde ja der wesentliche Charakter der Tabu-Sprache als solcher wieder aufgehoben. Unser System ist also ein zweiwertiger negationsloser Aussagenkalkül. Negationslos ist dabei im Sinne eines Fehlens der tauschenden Negation gemeint.

II. *Negationslose Aussagenkalküle*

Wir gewinnen durch Betrachtung der Matrizen eine Übersicht über die möglichen zweiwertigen negationslosen Aussagenkalküle.

Wir haben zunächst zu unterscheiden zwischen Kalkülen, in denen zwar kein Negationszeichen vorkommt, in denen aber prinzipiell eine tauschende Negation explizit definierbar ist, und solchen Kalkülen, in denen eine solche Negation auch nicht explizit definierbar ist. Im ersten Falle wird also nur äusserlich auf die Verwendung eines eigenen Negationszeichens verzichtet. Beispiele für derartige unechte negationslose Systeme sind: 1.) der volle zweiwertige Aussagenkalkül, der nur die Sheffer'sche Strichverknüpfung (Exklusion) verwendet. In ihm lässt sich die tauschende Negation definieren: $\mathbf{N}p \equiv \mathbf{D}pp$. 2.) Benützt man eine «positive Logik» im Sinne von Hilbert-Bernays und fügt einen immer falschen Satz hinzu, z.B. Λ = «das Absurde», so kann man die tauschende Negation definieren, z.B. $\mathbf{N}p \equiv \mathbf{C}p\Lambda$.

Wir bezeichnen Kalküle, die dem zweiten Fall entsprechen und in denen also eine tauschende Negation nicht explizit definierbar ist, als echte negationslose Systeme. Als singuläre Funktion kann eine Negation nur durch eine binäre Funktion definiert werden. Ternäre, quaternäre und höherstellige Wahrheitswertfunktionen brauchen nicht berücksichtigt zu werden, da bewiesen werden kann, dass alle derartigen Funktionen durch Kombinationen von binären Funktionen darstellbar sind. Es dürfen daher in solchen Kalkülen keine Satzverknüpfungen — binären Funktionen — auftreten, in denen f(1,1) = 0 und f(0,0) = 1 ist. In einem solchen Falle liesse sich die Negation immer definieren durch f(p.p) ≡ ~p.

In einem echten negationslosen Aussagenkalkül dürfen somit die Funktionen **D**pq, **F**pq, **G**pq, **X**pq [1] auf keinen Fall vorkommen. Als singuläre Funktionen dürfen nur Position, totale Affirmation (Tautologie) und total verwerfende Negation auftreten. Da die Position nur bedeutet, dass die Wahrheitswerte unverändert bleiben, interessieren nur die beiden anderen:

p	**V**p	**O**p
1	1	0
0	1	0

A. *Rein positive Systeme.* In ihnen soll die total verwerfende Negation nicht vorkommen. Aus diesem Grunde sind auch alle binären Funktionen, für die gilt f(1,1) = 0 und f(0,0) = 0 ausgeschlossen. Durch sie könnte die verwerfende Negation definiert werden durch f(p,p) = **T**p. Folgende Funktionen bleiben übrig:

p	q	**K**pq	**A**pq	**I**pq	**H**pq	**C**pq	**C**pq	**E**pq
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1

und

p	**V**p
1	1
0	1

Sn_1: Man erhält ein Minimalsystem, indem man nur die ersten 4 binären Funktionen benützt. Da **H**pq äquivalent ist **I**qp, so genügen 3 Funktionen «**K**», «**A**», «**H**». Da die Aequivalenz als Wahrheitswertfunktion nicht auftritt, können Aequivalenzen zwischen Satzformeln nur metasprachlich ausgedrückt werden. Wir schreiben dann z.B. **H**pq≃**I**qp. Da für alle Funktionen gilt f(0,0) = 0 und f(1,1) = 1, kann es keine immer wahren Sätze

(1) Siehe unten, B.

(Tautologien) und keine immer falschen Sätze (Kontradiktionen) geben.

Sn_2: Zu dem vorigen System wird die totale Affirmation **V** hinzugefügt. In diesem Falle gibt es Tautologien. Die Axiomatik des Systems der Tautologien ist möglich und recht einfach. In beiden Systemen gelten Erzetzungsregeln, die alle Aequivalenzen enthalten; ausserdem eine Einsetzungsregel für die Satzvariablen und die Abtrennungsregel.

Sn_3 (Positive Logik): Man lässt alle oben aufgeführten Funktionen zu. Hier können Aequivalenzen als Aussagen innerhalb des Kalküls ausgedrückt werden. Man benötigt mindestens zwei Funktionen, z.B. «**K**» und «**C**». Alle anderen Funktionen einschliesslich der totalen Affirmation lassen sich dann folgendermassen definieren:

$$\mathbf{V}p \simeq \mathbf{C}pp \qquad (Sn_3\ D1)$$
$$\mathbf{A}pq \simeq \mathbf{C}(\mathbf{C}pq)q \qquad (Sn_3\ D2)$$
$$\mathbf{I}pq \simeq \mathbf{H}qp \simeq p \qquad (Sn_3\ D3)$$
$$\mathbf{E}pq \simeq \mathbf{K}(\mathbf{C}pq)(\mathbf{C}qp) \qquad (Sn_3\ D4)\,.$$

Die Axiomatisierung liefern Hilbert-Bernays im System der von Ihnen sogenannten «Positiven Logik». Mitunter werden Teilkalküle angegeben. Der «Beschränkte Aussagenkalkül» von Łukasiewicz und Tarski benützt als einzige Funktion die Implikation, ist also ein echter Teilkalkül der «Positiven Logik». Die «Positive Logik» ist in gleicher Weise ein echter Teilkalkül des vollen zweiwertigen, als auch des intuitionistischen Aussagenkalküls. Der negationslose Aussagenkalkül von Griss ist dagegen ebenfalls ein echter Teilkalkül der «Positiven Logik». Griss verwendet ebenfalls nur Konjunktion und Implikation, schränkt aber die Bedeutung der lezteren axiomatisch ein. In Sn_3 gilt (übrigens auch im beschränkten Aussagenkalkül) die Formel $\mathbf{C}q(\mathbf{C}pq)$. Dieser Satz gilt bei Griss nicht, ebenso die Formel $\mathbf{C}(\mathbf{K}p(\mathbf{C}pq))q$. Lässt man in Sn_3 auch die totale Negation zu, so ist auch die tauschende Negation definierbar: $\mathbf{N}p \simeq \mathbf{C}p(\mathbf{T}p)$. Sn_3 geht also sowohl durch Hinzufügung der tauschenden als auch der totalen Negation über in den vollen zweiwertigen Aussagenkalkül.

B. *Rein negative Systeme.* In ihnen soll die totale Affirmation nicht vorkommen. Aus diesem Grunde sind alle binären Funktionen ausgeschlossen, für die gilt $f(1,1) = 1$ und $f(0,0) = 1$. Also bleiben folgende Funktionen übrig:

p	q	**K**pq	**A**pq	**I**pq	**L**pq	**L**pq	**J**pq
1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0

und

p	**O**p
1	0
0	0

Das Minimalsystem Sn_1 genügt auch diesen Bedingungen, ist also weder rein positiv noch rein negativ. Es ist das unbestimmte Restsystem, das übrigbleibt, wenn alle singulären Funktionen ausgeschlossen werden.

Sn_4: Entsprechend zu Sn_2 kann zum Minimalsystem nur die totale Negation hinzugefügt werden. Es gibt nur Kontradiktionen und keine Tautologien.

Sn_5: Es seien alle angeführten Funktionen zugelassen. Hier sowie in Sn_4 können Aequivalenzen, wie schon für Sn_1 ausgeführt, nur metasprachlich ausgedrückt werden. Jede Aequivalenz stellt eine spezielle Ersetzungsregel dar. Es genügt wieder, zwei Funktionen zugrunde zu legen. Wir benützen «**A**» (Disjunktion) und «**L**» (Non-Implikation). Wir erhalten dann folgende Definitionen:

$$
\begin{array}{lll}
\mathbf{O}p \simeq \mathbf{L}pp & & (Sn_5\ D1) \\
\mathbf{K}pq \simeq \mathbf{L}p(\mathbf{L}pq) & & (Sn_5\ D2) \\
\mathbf{I}pq \simeq \mathbf{H}qp \simeq p \simeq \mathbf{L}p(\mathbf{L}qq) & & (Sn_5\ D3) \\
\mathbf{J}pq \simeq \mathbf{A}(\mathbf{L}pq)(\mathbf{L}qp) & & (Sn_5\ D4)\,.
\end{array}
$$

Diese Definitionen entsprechen direkt den (Sn_3D1-4). Eine Axiomatisierung im Sinne eines Formalsystems aller Tautologien, aller Sätze, die immer den Wert 1 haben, ist nicht möglich. Ein hier mögliches System aller Sätze, die immer den Wert 0 haben, ist nicht von Interesse.

C. *Die metasprachliche Regel-Formalisierung.* Da überhaupt nur metasprachliche Regeln über die Aussagen unseres Kalküls aufgestellt werden können, kann eine Formalisierung nur im Bereiche der Metasprache erfolgen. Wir bezeichnen diese als eine Metasprache 1. Stufe $\mathfrak{M}_1$. Diese soll in unserem Falle auch als negationslos im Sinne von Sn_3 angenommen werden. Wenn wir über diese Metasprache $\mathfrak{M}_1$ sprechen, müssen wir eine Metasprache 2. Stufe $\mathfrak{M}_2$ verwenden.

$\mathfrak{M}_1$ enthält als Zeichen:

1.) *a, b, c* ... Aussagenvariablen, für die alle Aussagen der Objektsprache Sn_5 eingesetzt werden dürfen.

2.) «&» (Konjunktionszeichen), «→» (Folgerungszeichen).

Definition: D5: $(a \to b)\ \&\ (b \to a) \quad \to \quad (a \simeq b)$
D6: $(a \simeq b) \quad \to \quad (a \to b)$.

Es gelten folgende Axiome:

A1: **A**pp → p
A2: p → **A**pq
A3: **A**pq → **A**qp
A4: **L**(**A**rp)(**A**rq) → **L**pq
A5: **L**pq → p
A6: p → **L**p(**L**pp)

Für «&» und «→» gelten in der Metasprache alle Axiome und Theoreme des normalen Aussagenkälküls für Konjunktion und Implikation. Diese Axiome und Regeln für $\mathfrak{M}_1$ sollen als bekannt vorausgesetzt werden.

Regeln:

R1: (Einsetzungsregel). Für jede Satzvariable p, q, ... darf jeder beliebige Satz von Sn_5 eingesetzt werden.

R2: (Ersetzungsregel). Für jeden Ausdruck darf ein metasprachlich äquivalenter Ausdruck gesetzt werden.

R3: (Kompositionsregel). $a\ \&\ b \to$ **K**ab ;
a vel $b \to$ **A**ab .

R4: (Schlussregel). Wenn $a \to b$ gilt und wenn **L**cb → **L**ab gilt, so gilt auch $c \to b$.

R5: (Spezif. Ersetzungsregeln).

a). Wenn ein Satz p nur auf einer Seite einer Folgerungsbeziehung vorkommt, so kann auf dieser Seite ein Ausdruck der Form **L**(**A**pq)(**A**pr) durch **L**(**L**pr)(**L**pq) ersetzt werden oder umgekehrt.

b). Wenn **L**ab → **L**ad gilt, so gilt auch **A**ad → **A**ab und umgekehrt.

c.) Wenn **L**(**A**pq)(**A**rs) → **L**(**A**pt)(**A**ru) , so gilt auch
L(**L**rs)(**L**pq) → **L**(**L**ru)(**L**pt).
R5 gilt nur, wenn in keiner der Doppelglieder ein und dieselbe Variable einmal als Vorder- und einmal als Hinterglied auftritt.

D. *Charakteristika der zweiwertigen Tabu-Sprache* Sn_5.

Es gibt nur die beiden Werte 1 und 0. Deuten wir dieselben mit «wahr» und «tabu», so folgt aus dem Fehlen einer tauschenden Negation, dass durch keinen Satz mit dem Wert 1 ausgedrückt werden kann, dass ein Satz den Wert 0 hat. Ein Satz **T**p, der möglich ist, hat immer den Wert «tabu». Es gibt innerhalb der Spache Sn_5 keine Möglichkeit auszudrücken, dass ein bestimmter Satz a den Wert 0 hat, also «tabu» ist.

Es gibt keine Tautologien, — keine Aussagen, die immer den Wert 1 haben. Es gibt Kontradiktionen, — Aussagen, die immer den Wert 0 haben, also immer tabu sind. Alle Aussagen über die Sprache Sn_5, die in den Metasprachen $\mathfrak{M}_1$ und $\mathfrak{M}_2$ formuliert werden, können von Sn_5 aus gesehen als Regeln angesprochen werden.

Wir geben einige in Sn_5 geltende Theoreme an:

L(**L**rq)(**L**rp) → **L**pq (Sn$_5$ 1)
mittels R5a aus A4

p → p (Sn$_5$ 2)
mittels zweimaliger Anwerdung von R4 auf (Sn$_5$ 1)

p → **A**qp (Sn$_5$ 3)

Aqr → **A**q(**A**pr) (Sn$_5$ 4)

Lq(**A**pr) → **L**qr (Sn$_5$ 5)
aus Sn$_5$ 4, mittels R5b

Lq(**J**rq) → **K**qr (Sn$_5$ 6)
(Sn$_5$ 5) p/**L**rq ; r/**L**qr und D4, D2

p → **A**q(**A**pr) (Sn$_5$ 7)
(aus Sn$_5$ 1), (Sn$_5$ 3), A2 mittels zweimal R4

Jpq ≃ **J**qp (Sn$_5$ 8)

Lpq → **A**r(**J**pq) (Sn$_5$ 9)
aus (Sn$_5$ 7), D4

Kpq → p (Sn$_5$ 10)

Lpq → **J**pq (Sn$_5$ 11)

L(**K**rq)(**K**rp) → **L**(**L**rp)(**L**rq) (Sn$_5$ 12)

Kpq → **A**p(**L**pq) (Sn$_5$ 13)

Kp(**L**pq) → **A**p(**K**pq) (Sn$_5$ 14)

TTp → **T**p (Sn$_5$ 15)

p → **K**pp (Sn$_5$ 16)

Jpp ≃ **T**p (Sn$_5$ 17)

Kpp ≃ **L**p(**T**p) (Sn$_5$ 18)

L(**K**rq)(**K**rp) → **L**qp (Sn$_5$ 19)

Jpq → **A**pq (Sn$_5$ 20)

Kp(Lpq) $\rightarrow$ **Lpq** (Sn$_5$ 21)
Lpq $\rightarrow$ **Kp(Lpq)** (Sn$_5$ 22)
Kp(Lpq) $\simeq$ **Lpq** (Sn$_5$ 23)

Regeln: Wenn $a \rightarrow b$ gilt, so gilt für ein beliebiges p:

Lpa $\rightarrow$ **Lp**b
oder **Ap**b $\rightarrow$ **Ap**a (Sn$_5$ 24)
wegen R5c.
Wenn $a \rightarrow b$ gilt, so gilt für ein beliebiges p:
Kpa $\rightarrow$ **Kp**b (Sn$_5$ 25)
aus (Sn$_5$ 19) und R4.

Das System ist, wie leicht nachweisbar, widerspruchsfrei und unabhängig. Auf Vollständigkeit im engern Sinne muss verzichtet werden, da Sn$_5$ ein Teilsystem des zweiwertigen Aussagenkalküls ist.

Es ist selbstverständlich möglich, über Sn$_5$ einen Prädikatenkalkül zu entwickeln. Wir verzichten hier auf eine weitere Ausführung.

III. *Eine dreiwertige Tabu-Sprache* S$_t$

A. In allen oben angeführten Modellen von Tabu-Sprachen liegt zunächst eine zweiwertige Sprache zugrunde, die die Werte «wahr» und «falsch» besitzt. Diese wird aber nun durch eine zweite Zweiwertigkeit überbaut, die die Werte «zugelassen» und «tabu» besitzt. «Wahr» und «falsch» sind im Sinne der zweiten Dichotomie «zugelassen». Ihnen steht also als dritter Wert «tabu» gegenüber. Wir erhalten somit dreiwertige Tabu-Sprachen. Wir skizzieren im Folgenden eine solche dreiwertige Tabu-Sprache, indem wir zunächst einen Aussagenkalkül darstellen.

Wir legen zwei Negationen zugrunde, die normale tauschende Negation «**N**» und die totale verwerfende Negation «**T**». Die drei Werte bezeichnen wir mit «w» (wahr), «f» (falsch) und «t» (tabu).

Totale Negation (S$_t$ D1)

p	Tp
w	t
f	t
t	t

Tauschende Negation (S$_t$ D2)

p	Np
w	f
f	w
t	t

Da unser System als Kombination von Sn$_5$ mit dem zweiwertigen Aussagenkalkül entsteht, ergeben sich je 4 Konjunktionen bezw. Disjunktionen. In ihren Matrizen muss der Teil für die Werte wahr und falsch den Matrizen des zweiwertigen Aussagenkalküls entsprechen. Konjunktion und Disjunktion haben in Sn_5 die Form:

p	q	**K**pq	**A**pq
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	0

wobei «1» durch «w» und «f» interpretierbar ist, «0» immer durch «t» interpretiert werden muss.

Unter Berücksichtigung dessen, sowie der Einschränkung, dass Konjunktion und Disjunktion in unserem neuen Kalkül weiterhin symmetrisch sein sollen, ergeben sich vier Konjunktionen und vier Disjunktionen:

$\mathbf{K}_1$	w	f	t	$\mathbf{K}_2$	w	f	t	$\mathbf{K}_3$	w	f	t	$\mathbf{K}_4$	w	f	t	
w	w	f	w	w	w	f	w	w	w	f	t	w	w	f	t	
f	f	f	f	f	f	f	t	f	f	f	f	f	f	f	t	(S_t D3-D6)
t	w	f	t	t	w	t	t	t	t	f	t	t	t	t	t	

$\mathbf{A}_1$	w	f	t	$\mathbf{A}_2$	w	f	t	$\mathbf{A}_3$	w	f	t	$\mathbf{A}_4$	w	f	t	
w	w	w	w	w	w	w	t	w	w	w	w	w	w	w	t	
f	w	f	f	f	w	f	f	f	w	f	t	f	w	f	t	(S_t D7-D10)
t	w	f	t	t	t	f	t	t	w	t	t	t	t	t	t	

Weitere Konjunktionen und Disjunktionen kann es bei den angegebenen Bedingungen nicht geben.

Durch die Definitionen:

$$\mathbf{C}pq \simeq \mathbf{A}(\mathbf{N}p)q \qquad (S_t\ D11)$$
$$\mathbf{D}pq \simeq \mathbf{A}(\mathbf{N}p)(\mathbf{N}q) \qquad (S_t\ D12)$$

werden entsprechend 4 Implikationen und 4 Exklusionen eingeführt, die entsprechend mit Indizes 1 bis 4 bezeichnet werden. Bei dieser

Indizierung gelten die De Morgan'schen Regeln:

$$\mathbf{K}_i(\mathbf{N}p)(\mathbf{N}q) \simeq \mathbf{N}(\mathbf{K}_i pq) \qquad (S_t\ 1).$$

Es gelten die Kontrapositionsgesetze für alle 4 Implikationen:

$$\mathbf{C}_i pq \simeq \mathbf{C}_i(\mathrm{N}q)(\mathrm{N}p) \qquad (S_t\ 2).$$

Wir führen einige Aequivalenzen auf:

$$\mathbf{A}_4(\mathbf{A}_1pq)p \simeq \mathbf{A}_3(\mathbf{A}_2pq)p \qquad (S_t\ 3)$$
$$\mathbf{K}_2(\mathbf{A}_1pq)(\mathbf{A}_4pq) \simeq \mathbf{A}_3pq \qquad (S_t\ 4)$$
$$\mathbf{K}_3(\mathbf{A}_1pq)(\mathbf{A}_4pq) \simeq \mathbf{A}_2pq \qquad (S_t\ 5)$$
$$\mathbf{K}_4(\mathbf{A}_2pq)(\mathbf{A}_3pq) \simeq \mathbf{A}_4pq \qquad (S_t\ 6).$$

Es genügt somit drei Grundfunktionen anzunehmen, z.B. drei Exklusionen, da man durch sie auch die tauschende Negation definieren kann.

Man kann das System auch noch durch Hinzufügen einer Kontravalenz erweitern:

D	w	f	t
w	t	t	w
f	t	t	f
t	w	f	t

(S_t D13).

Er lassen sich dann alle in unserer Tabu-Sprache zulässige Funktionen durch Kontravalenz und zwei Exklusionen, z.B. 3. und 4. äquivalent darstellen.

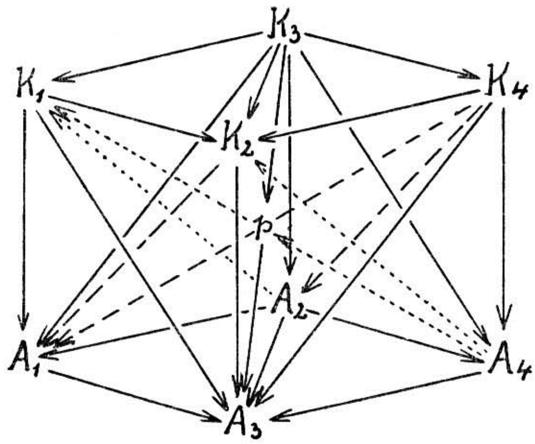
B. *Metasprachliche Beziehungen von* S_t.

Wir führen zur metasprachlichen Behandlung der angegebenen Tabu-Sprache zwei Folgerungsbeziehungen ein.

1.) $a \rightarrow_w b$ bedeutet, dass wenn a wahr ist, auch b wahr ist;
2.) $a \rightarrow b$ bedeutet, dass wenn a wahr ist, auch b wahr ist, und dabei dass wenn $\mathbf{N}b$ wahr ist, auch $\mathbf{N}a$ wahr ist.
   Daraus folgt: Wenn $a \rightarrow b$ und $b \rightarrow a$ gelten, so gilt auch $a \simeq b$.
   Weiter: Wenn $a \simeq b$ gilt, so gilt auch $\mathbf{N}a \simeq \mathbf{N}b$.

Es gelten folgende Folgerungsbeziehungen zwischen den Disjunktionen und Konjunktionen:

$$\mathbf{K}_3pq \rightarrow \mathbf{K}_1pq \rightarrow \mathbf{K}_2pq \qquad (S_t\ 7,8)$$
$$\mathbf{K}_3pq \rightarrow \mathbf{K}_4pq \rightarrow \mathbf{K}_2pq \qquad (S_t\ 9,10)$$
$$\mathbf{A}_2pq \rightarrow \mathbf{A}_1pq \rightarrow \mathbf{A}_3pq \qquad (S_t\ 11,12)$$
$$\mathbf{A}_2pq \rightarrow \mathbf{A}_4pq \rightarrow \mathbf{A}_3pq \qquad (S_t\ 13,14)$$
$$\mathbf{K}_1pq \rightarrow \mathbf{A}_1pq \qquad (S_t\ 15)$$
$$\mathbf{K}_4pq \rightarrow \mathbf{A}_4pq \qquad (S_t\ 16)$$
$$\mathbf{K}_3pq \rightarrow \mathbf{A}_2pq \qquad (S_t\ 17)$$
$$\mathbf{K}_2pq \rightarrow \mathbf{A}_3pq \qquad (S_t\ 18)$$
$$\mathbf{K}_3pq \rightarrow p \qquad (S_t\ 19)$$
$$p \rightarrow \mathbf{A}_3pq \qquad (S_t\ 20)$$



FIGUR 1: Die durchgezogenen Pfeile bezeichnen die 2. Folgerungsbeziehung $a \rightarrow b$ (S_t, 7 — 20); die gestrichelten Pfeile die erste Folgerungsbeziehung $a \rightarrow_w b$ (S_t, 21, 23, 25, 27a); die punktierten Pfeile eine Beziehung der Art $\mathbf{N}a \rightarrow_w \mathbf{N}b$ (S_t, 22, 24, 26, 27).

Ausserdem bestehen noch eine Reihe von Beziehungen nach 1.), die aber in der obigen Figur eine Asymmetrie ergeben:

$\mathbf{K}_4\mathrm{pq}$	$\rightarrow_w$ p	(S_t 21)
$\mathbf{N}\mathrm{p}$	$\rightarrow_w \mathbf{N}(\mathbf{K}_1\mathrm{pq})$	(S_t 22)
p	$\rightarrow_w \mathbf{A}_1\mathrm{pq}$	(S_t 23)
$\mathbf{N}(\mathbf{A}_4\mathrm{pq})$	$\rightarrow_w \mathbf{N}\mathrm{p}$	(S_t 24)
$\mathbf{K}_2\mathrm{pq}$	$\rightarrow_w \mathbf{A}_1\mathrm{pq}$	(S_t 25).
$\mathbf{N}(\mathbf{A}_4\mathrm{pq})$	$\rightarrow_w \mathbf{N}(\mathbf{K}_2\mathrm{pq})$	(S_t 26)
$\mathbf{N}(\mathbf{A}_2\mathrm{pq})$	$\rightarrow_w \mathbf{N}(\mathbf{K}_1\mathrm{pq})$	(S_t 27)
$\mathbf{K}_4\mathrm{pq}$	$\rightarrow_w \mathbf{A}_2\mathrm{pq}$	(S_t 27a)

Das assoziative Gesetz gilt für die Disjunktion und Konjunktion 2 nicht:

$\mathbf{A}_i\mathrm{p}(\mathbf{A}_i\mathrm{qr}) \simeq \mathbf{A}_i(\mathbf{A}_i\mathrm{pq})\mathrm{r}$ für $i = 1, 3, 4$ (S_t 28)
$\mathbf{K}_i\mathrm{p}(\mathbf{K}_i\mathrm{qr}) \simeq \mathbf{K}_i(\mathbf{K}_i\mathrm{pq})\mathrm{r}$ für $i = 1, 3, 4$ (S_t 29)

Die distributiven Gesetze gelten auch zwischen zwei verschiedenen Disjunktionen (bezw. Konjunktionen) nur in einigen Fällen:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{A}_i p(\mathbf{A}_j qr) \simeq \mathbf{A}_j(\mathbf{A}_i pq)(\mathbf{A}_i pr)\\ \mathbf{K}_i p(\mathbf{K}_j qr) \simeq \mathbf{K}_j(\mathbf{K}_i pq)(\mathbf{K}_i pr)\end{array}\right\} \text{ für } \left\{\begin{array}{l} i=1,\ j=3\\ i=3,\ j=1\\ i=4,\ j=1\end{array}\right. \qquad (S_t\ 30{,}31)$$

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{A}_i p(\mathbf{K}_i qr) \simeq \mathbf{K}_i(\mathbf{A}_i pq)(\mathbf{A}_i pr)\\ \mathbf{K}_i p(\mathbf{A}_i qr) \simeq \mathbf{A}_i(\mathbf{K}_i pq)(\mathbf{K}_i pr)\end{array}\right\} \text{ für } i = 3, 4 \qquad (S_t\ 32{,}33)$$

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{K}_i p(\mathbf{A}_j qr) \simeq \mathbf{A}_j(\mathbf{K}_i pq)(\mathbf{K}_i pr)\\ \mathbf{A}_i p(\mathbf{K}_j qr) \simeq \mathbf{K}_j(\mathbf{A}_i pq)(\mathbf{A}_i pr)\end{array}\right\} \text{ für } \left\{\begin{array}{l} i=1,\ j=2\\ i=1,\ j=3\\ i=1,\ j=4\\ i=4,\ j=1\\ i=3,\ j=4\end{array}\right. \qquad (S_t\ 34{,}35)$$

Wegen (S_t 35) und (S_t 19) gilt:

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{K}_3 pq)(\mathbf{K}_3 rs) \rightarrow \mathbf{K}_3(\mathbf{A}_1 pr)(\mathbf{A}_1 qs) \qquad (S_t\ 36).$$

C. *Prädikatenkalkül der Tabu-Sprache* S_t.

Wir führen Satzfunktionen P(x), Q(x) ... ein. Die Individuenvariablen x, y, z ... können ersetzt werden durch Individuenkonstanten a, b, c ... Wir führen ferner All- und Existenzoperatoren ein. Für endliche Individuenbereiche lässt sich zu einer Konjunktion ein Alloperator und zu einer Disjunktion ein Existenzoperator definieren, wenn für diese jeweils das assoziative Gesetz gilt.

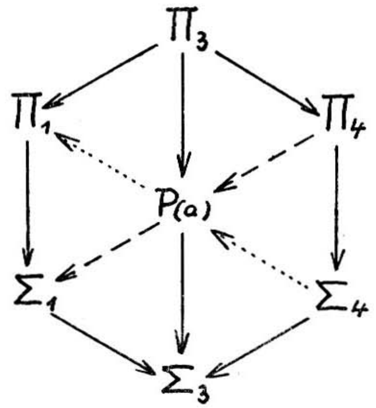
Da die Disjunktion und Konjunktion 2 das assoziative Gesetz nicht erfüllt, können je drei All- und drei Existenzoperatoren definiert werden: $\Pi_1 x\, P(x)$, $\Pi_3 x\, P(x)$, $\Pi_4 x\, P(x)$, und $\Sigma_1 x\, P(x)$, $\Sigma_3 x\, P(x)$, $\Sigma_4 x\, P(x)$. Wegen der Gültigkeit der De Morgan'schen Gesetze gilt:

$$\left.\begin{array}{l}\Pi_i x\, \mathbf{N}(P(x)) \simeq \mathbf{N}(\Sigma_i x\, P(x))\\ \mathbf{N}(\Pi_i x\, P(x)) \simeq \Sigma_i x\, \mathbf{N}(P(x))\end{array}\right\} \text{ für } i = 1, 3, 4 \qquad (S_t\ 37{,}38).$$

Da nur $\mathbf{K}_3 pq \rightarrow p$ und $p \rightarrow \mathbf{A}_3 pq$ gilt, kann auch hier nur gelten:

$$\begin{array}{r}\Pi_3 x\, P(x) \rightarrow P(a)\\ P(a) \rightarrow \Sigma_3 x\, P(x)\end{array} \qquad (S_t\ 39{,}40).$$

Aus dem dreidimensionalen Diagramm der Folgerungen wird mit dem Wegfallen von 2 ein zweidimensionales:



Figur 2: Die Pfeile bezeichnen in der gleichen Weise die Folgerungsbeziehungen wie in Figur 1.

So gelten folgende vollständigen Folgerungsbeziehungen:

$$\Pi_3 x\, P(x) \rightarrow \Pi_1 x\, P(x) \rightarrow \Sigma_1 x\, P(x) \rightarrow \Sigma_3 x\, P(x) \qquad (S_t\ 41\text{-}43)$$
$$\Pi_3 x\, P(x) \rightarrow \Pi_4 x\, P(x) \rightarrow \Sigma_4 x\, P(x) \rightarrow \Sigma_3 x\, P(x) \qquad (S_t\ 44\text{-}45)$$

und die unvollständigen Folgerungsbeziehungen:

$$\Pi_4 x\, P(x) \rightarrow_w P(a) \qquad (S_t\ 47)$$
$$\mathbf{N}(\Sigma_4 x\, P(x)) \rightarrow_w \mathbf{N}(P(a)) \qquad (S_t\ 48)$$
$$P(a) \rightarrow_w \Sigma_1 x\, P(x) \qquad (S_t\ 49)$$
$$\mathbf{N}(P(a)) \rightarrow_w \mathbf{N}(\Pi_1 x\, P(x)) \qquad (S_t\ 50),$$

und weiter:

$$\Pi_4 x\, P(x) \rightarrow_w \Sigma_1 x\, P(x) \qquad (S_t\ 51)$$
$$\mathbf{N}(\Sigma_4 x\, P(x)) \rightarrow_w \mathbf{N}(\Pi_1 x\, P(x)) \qquad (S_t\ 52).$$

Durch Verallgemeinerung von (S_t 36) folgt:

$$\Sigma_1 x\, (\mathbf{K}_3\, (P(x))(Q(x))) \rightarrow \mathbf{K}_3\, (\Sigma_1 x\, P(x))(\Sigma_1 x\, Q(x)) \qquad (S_t\ 53)$$
$$\Pi_i x\, (\mathbf{K}_i\, (P(x))(Q(x))) \simeq \mathbf{K}_i\, (\Pi_i x\, (P(x))\Pi_i x\, (Q(x))) \qquad \text{Für } i = 1, 3, 4 \qquad (S_t\ 54)$$
$$\Sigma_i x\, (\mathbf{A}_i\, (P(x))(Q(x))) \simeq \mathbf{A}_i\, (\Sigma_i x\, P(x))(\Sigma_i x\, Q(x)) \qquad \text{Für } i = 1, 3, 4 \qquad (S_t\ 55)$$
$$\mathbf{A}_1\, (\Pi_3 x\, P(x))(\Pi_3 x\, Q(x)) \rightarrow \Pi_3 x\, (\mathbf{A}_1 (P(x))\, (Q(x))) \qquad (S_t\ 56)$$

$$\Pi_j x\,(\mathbf{A}_i\,(P(x))\,p) \simeq \mathbf{A}_i\,(\Pi_j x\,P(x))p \quad \text{für} \quad \begin{cases} j=1,\ i=4 \\ j=3,\ i=1 \\ j=4,\ i=1{,}3 \\ i=j=3{,}4 \end{cases}$$

$(S_t\ 57)$

$$\Sigma_i x\,(\mathbf{A}_i\,(P(x))\,p) \simeq \mathbf{A}_i\,(\Sigma_i x\,P(x))p \quad \text{für} \quad i = 1, 3, 4 \qquad (S_t\ 58).$$

D. *Die Bedeutung der Generalisatoren.*

Die verschiedenen Konjunktionen und Disjunktionen entstehen, je nachdem man das Tabu mitmeint oder nicht. Da es praktisch wohl kaum Sprachen ohne Tabus gibt, bestehen viele Fehler und Missverständnisse darin, dass zwischen diesen verschiedenen Fälle nicht unterschieden wird. Diese Fehler und Missverständnisse sind umso naheliegender, als ja das Tabu innerhalb der verwendeten Sprache als solcher nicht bezeichnet werden kann.

Insbesondere haben die Generalisatoren folgende Bedeutung:

(1)	$\Pi_1 x\,P(x)$	sagt aus, dass es mindestens einen Wert von x gibt, für den P(x) wahr ist, und dass es keinen Wert von x gibt, für denn P(x) falsch ist. P(x) kann für einige Werte von x auch tabu sein.
(2)	$\Pi_3 x\,P(x)$ und $\Pi_4 x\,P(x)$	sagt aus, dass für alle Werte von x, P(x) wahr ist, und dass es keinen Wert von x gibt, für den P(x) falsch oder tabu ist.
(3)	$\mathbf{N}(\Pi_1 x\,P(x))$ und $\mathbf{N}(\Pi_3 x\,P(x))$	sagt aus, dass es einen Wert von x gibt, für den P(x) falsch ist, P(x) kann für einige Werte von x auch tabu sein.
(4)	$\mathbf{N}(\Pi_4 x\,P(x))$	sagt aus, dass es einen Wert von x gibt, für den P(x) falsch ist und dass für alle Werte von x für die P(x) nicht falsch ist P(x) wahr ist. Für keinen Wert von x ist P(x) tabu.

Die entsprechenden Bedeutungen der Existenzoperatoren lassen sich dann auf Grund von (S_t 37,38) leicht bestimmen.

Beispiel, das die praktisch politische Bedeutung der verschiedenen Operatoren zeigt:

Unter der Herrschaft der Nationalsozialisten, dem sogenannten «Dritten Reich», war die Existenz der Konzentrationslager ein Tabu der offiziellen Sprache. Ein Parteiredner konnte etwa folgendes sagen: «Unser Führer hat dafür gesorgt, dass keiner hungert und friert». In der gleichen Rede konnte er dann drohen: «Wir werden jeden Verräter an Volk und Vaterland vernichten». Im ersten Satz sind die tabuierten Konzentrationslagerinsassen nicht mitgemeint, im zweiten dagegen schon. Der erste Satz enthält also den Generalisator Π_3, der zweite dagegen etwa Π_1. Auch aus dem gegenwärtigen politischen Leben lassen sich leicht entsprechende Beispiele finden.

Stuttgart Gerhard Frey