

LOIS LOGIQUES ET CONVENTIONS

S. ISSMAN

Un grand nombre de travaux ont été consacrés, depuis plusieurs années, aux énoncés analytiques. Une proposition A est dite analytique si A ou la négation de A est logiquement déductible d'un ensemble de stipulations linguistiques sur la nature desquelles l'on s'est précisément beaucoup interrogé: sont-elles purement conventionnelles ou décrivent-elles l'usage de certaines expressions? fixent-elles l'usage d'un ou de plusieurs termes ou formulent-elles simplement des relations de synonymie?

Dans un article récent ⁽¹⁾, K. Ajdukiewicz défend une conception fort originale de la notion d'«analyticité»: une proposition A , appartenant à un langage L , est analytique si elle est la conséquence logique de certaines conventions terminologiques propres à L , de nature sémantique ou syntaxique, et de certaines thèses existentielles; une convention P (qui contient le terme « a ») est de nature sémantique si elle stipule que « a » doit dénoter un objet qui satisfait la fonction propositionnelle obtenue de P en substituant à « a » une variable adéquate; une convention est de nature syntaxique si elle stipule que toute proposition valable de L qui contient le terme « b » (ou « c ») reste valable quand « b » (« c ») est remplacé par « c » (par « b »). Que les conventions linguistiques ne suffisent pas à la déduction d'une proposition analytique, c'est en cela que consiste principalement l'originalité de la conception défendue par l'auteur: à ces conventions, il convient de joindre (1) des énoncés affirmant qu'il existe des entités qui satisfont les fonctions propositionnelles obtenues à partir des conventions sémantiques en substituant aux constantes qu'elles régissent des variables adéquates; (2) des énoncés qui affirment l'existence d'entités dénotées par les constantes individuelles ou prédicatives de L , afin de pouvoir appliquer les règles de particularisation (suivant lesquelles de $A(x)$, il est permis de déduire $A(B)$, où « b » est une constante substituable à « a »).

Nous ne voulons point discuter ici cette thèse qui, si elle était correcte, nous contraindrait de reviser les conceptions habituelles de la

⁽¹⁾ *Le problème du fondement des propositions analytiques*, dans *Studia Logica*, v. VIII, 1958, pp. 259-272.

notions de «vérité analytique». Nous voulons montrer que cette notion, telle qu'elle est définie par l'auteur ou telle qu'elle est usuellement conçue, ne peut être élucidée d'une manière satisfaisante que si deux autres notions plus fondamentales le sont préalablement: la notion de «convention terminologique» et celle de «vérité logique». Nous porterons notre attention principalement sur la seconde de ces notions, mais traiterons aussi de la première.

Les lois logiques ont été étudiées surtout du point de vue syntaxique et métalogue: elles ont été systématisées et les propriétés des systèmes ainsi constitués ont fait l'objet d'importants travaux. Toutefois, les résultats obtenus dans ce domaine n'ont pas permis de résoudre le problème de la nature des lois logiques. Sommes-nous en présence de conventions ? Ou d'énoncés qui, tout en étant vrais, résultent (dans un sens particulier de ce terme, qu'il convient de préciser) de certaines conventions, de certaines définitions ou de certaines stipulations linguistiques ? Ou d'énoncés qui décrivent d'une manière adéquate une réalité objective ? Les résultats auxquels nous faisons allusion sont essentiellement de nature mathématique et il est compréhensible que l'on ne puisse se servir d'eux exclusivement pour résoudre ce problème.

La conception suivant laquelle les lois logiques constituent des conventions ou sont le résultat d'un accord, tacite ou non, ne se laisse point défendre aisément. On peut convenir à la rigueur d'admettre tel ou tel énoncé, de le considérer comme vrai, mais cette convention ne rend pas l'énoncé vrai. Nous nous servons fréquemment du tiers-exclu: nous déduisons B successivement de A,R et de non A,R et, au terme de cette déduction, nous admettons l'énoncé «Si R, alors B» ou l'énoncé B lui-même, dès que nous avons admis l'énoncé R. Procéderions-nous de la sorte si nous ne voyions pas dans le principe du tiers-exclu un énoncé pleinement vrai ? Si nous avons simplement convenu de considérer le tiers-exclu comme un énoncé vrai, nous ne pourrions pas conclure, au terme de cette déduction, que les énoncés B et «Si R, alors B» sont vrais; nous devrions conclure que ces énoncés sont provisoirement vrais et qu'ils cesseront de l'être au moment où nous renoncerons à cette convention.

Il est préférable (surtout si l'on veut éviter de voir dans les lois logiques des énoncés qui décrivent d'une manière adéquate une réalité objective) de prétendre que les principes logiques tiennent leur vérité de certaines conventions; nous n'avons pas convenu de les considérer comme vrais, mais nous sommes contraints de les admettre et de voir en eux des énoncés vrais aussi longtemps que nous

respectons ces conventions; d'autres conventions du même genre nous contraindraient d'accepter d'autres principes logiques.

Cette conception est très plausible et fort séduisante et nombreux sont probablement ceux qui l'ont adoptée. Demandons-nous toutefois de quelles conventions il s'agit et de quelle manière ces conventions nous contraignent d'accorder une valeur de vérité aux lois logiques.

Ces conventions concernent l'usage de certaines expressions linguistiques, en l'occurrence, des constantes logiques. Nous n'avons pas convenu de leur conférer tel emploi plutôt que tel autre, mais nous les utilisons d'une certaine manière et nous pourrions, théoriquement du moins, modifier leur usage. Cet emploi s'est imposé à chacun de nous; nous l'acceptons généralement et nous conformons à lui: nous pouvons parler de convention, dans un sens quelque peu abusif de ce terme, mais il s'agit avant tout d'un usage amplement répandu.

Ces conventions sont bien connues: nous considérons une disjonction comme vraie lorsque l'un au moins des éléments de la disjonction est vrai; nous la considérons comme fautive lorsque ses deux éléments sont faux. Nous considérons un produit logique comme vrai lorsque ses deux éléments le sont, et ainsi de suite.

Il reste à montrer comment ces conventions nous contraignent d'admettre les lois logiques comme des énoncés vrais. Et c'est ici que surgissent les difficultés. Pour ne point compliquer le problème, nous nous en tiendrons aux théorèmes du calcul des propositions. Les conventions dont nous parlons ne permettent d'accorder aux lois de ce calcul la valeur de vérité «vrai» que si chacun des énoncés élémentaires dont elles sont formées est vrai ou faux. Avons-nous convenu de considérer chaque énoncé comme vrai ou faux ou est-il simplement vrai que tout énoncé est vrai ou faux? Si nous nous trouvons en présence d'une nouvelle convention, il n'est plus permis de prétendre que les lois logiques tiennent leur vérité de certaines conventions linguistiques exclusivement, puisque cette convention ne porte pas (apparemment du moins) sur l'usage d'une expression linguistique. On peut évidemment affirmer que les principes logiques tiennent leur vérité exclusivement de certaines conventions dont la plupart sont de nature linguistique. Mais s'il est normal que les constantes logiques soient régies, comme toutes les expressions linguistiques, par des conventions, il n'est nullement évident que nous ayons convenu de considérer chaque énoncé comme vrai ou faux. La conception suivant laquelle les lois logiques tiennent leur vérité exclusivement de certaines conventions ne sera établie que lorsqu'il sera prouvé que nous sommes réellement en présence d'une convention.

Admettons-le toutefois et demandons-nous dans quel sens du ter-

me «résulter» la vérité des lois logiques résulte de ces diverses conventions; quel rapport y a-t-il entre ces conventions d'une part et la vérité des principes logiques d'autre part ?

En se servant de ces conventions uniquement, il est possible de démontrer la vérité des lois logiques. Plus exactement, si L est une loi logique, nous pouvons déduire l'énoncé

(a) L est vrai

des prémisses que constituent ces conventions. Disons-nous que la vérité de L résulte de certaines conventions parce que (a) est logiquement déductible des énoncés qui expriment ces conventions ? Quelle valeur explicative peut avoir une telle affirmation ? Elle est correcte, puisqu'il est vrai que (a) est logiquement déductible de ces énoncés; il est de coutume de distinguer le langage auquel L appartient du langage dans lequel cette déduction peut s'effectuer, de sorte qu'il est permis de se servir de cette affirmation pour définir la notion de «vérité logique»; mais cette définition, qui recourt à la notion de «déductibilité logique», ne résoud aucunement le problème de la nature des lois logiques.

Remarquons aussi que l'énoncé (a) est une conséquence logique d'un ensemble quelconque d'énoncés; nous admettons en effet (en conformité avec l'usage du terme «vrai») des équivalences de la forme

A est vrai si et seulement si B

(où A est le nom de l'énoncé B) et donc aussi l'équivalence

L est vrai si et seulement si L' ;

nous pouvons donc déduire (a) de L' et de cette équivalence, et de toutes les conventions qu'il nous plairait de formuler. De plus, si parmi les axiomes du langage dans lequel s'effectuent ces déductions figurent les axiomes de l'arithmétique, il est possible de démontrer les énoncés de la forme

R est vrai

(R étant un axiome de l'arithmétique) et d'établir de la sorte que tous les axiomes de l'arithmétique sont de nature logique.

C'est à une difficulté de ce genre que R. Carnap⁽¹⁾ s'est heurté lorsqu'il a voulu prouver que les lois logiques tiennent leur vérité de certaines stipulations linguistiques exclusivement. Selon lui, un énoncé L d'une langue S est logiquement vrai si, dans le métalangage S' de S, l'énoncé «L est vrai» est (logiquement) déductible des règles sémantiques de S (formulées dans S'); ces règles constituent en fait une définition de l'expression «Un énoncé de S est vrai», définition à partir de laquelle sont déductibles les équivalences que nous venons de mentionner.

R. Carnap, pour venir à bout de cette difficulté, n'accorde qu'une valeur heuristique à cette manière de caractériser la vérité logique et propose de cette notion une définition qui la réduit tout simplement à celle de «validité (dans tout domaine non vide)». L'on voit mal comment cette notion, qui est de nature mathématique (un énoncé est valide s'il est satisfait par tout modèle-ou semi-modèle, fini ou infini), résoud le problème de la nature des lois logiques.

Peut-être pourrait-on contribuer à la solution de ce problème en adoptant un tout autre point de vue. Songeons que la notion de «convention» relève de la pragmatique plutôt que de la sémantique et qu'il en est de même de la notion d'«usage», qui constitue en fait le point de départ de la conception que nous venons d'esquisser. On tient compte de l'usage que l'on fait ordinairement des constantes logiques, mais l'on néglige ceux qui les utilisent. On substitue d'ailleurs à cet usage des énoncés qui sont censés le fixer et qui n'ont d'autre rôle que de servir de prémisses à certaines déductions.

Adoptons donc le point de vue pragmatique et supposons, pour plus de simplicité, que le langage soit formé à partir de prédicats à un ou à plusieurs arguments et de constantes individuelles. Soit P un prédicat monadique. La première constatation que nous devons faire, c'est que nous utilisons P de telle sorte que nous puissions attribuer ou dénier la propriété P à chaque élément d'une catégorie donnée d'objets, de telle sorte donc que chaque individu de cette catégorie soit P ou non P, exclusivement. Nous ne formulons pas un cas particulier du principe du tiers-exclu, mais bien une proposition qui porte sur l'usage du prédicat P et de la négation et qui est donc essentiellement de nature pragmatique.

Prétendre que nous utilisons les prédicats de cette manière (et les prédicats à plusieurs arguments aussi bien que les prédicats monadiques) n'est pas une affirmation triviale; il peut arriver qu'il soit

(1) Cf. *Introduction to Semantics*, Cambridge, (Mass.), Harvard University Press, 1948.

difficile, dans certains cas, d'attribuer ou de dénier telle ou telle propriété à tel ou à tel objet; mais rien ne nous empêche alors de modifier ou de préciser le sens du prédicat, de telle sorte que cet objet, comme les précédents, possède ou ne possède pas la propriété en question. En d'autres mots, nous nous arrangeons pour qu'il en soit toujours ainsi. Nous sommes libres, dans une certaine mesure, de modifier, de restreindre ou d'étendre la signification des termes prédicatifs que nous utilisons. Cette liberté est une chose importante, parce qu'elle permet de sauvegarder la vérité des principes logiques. La possibilité que nous avons de préciser le sens de certaines expressions linguistiques, par des définitions principalement, joue un rôle important dans le raisonnement tout entier; en philosophie notamment, les définitions préparent en quelque sorte les thèses que l'on présente et en rendent la démonstration plus aisée (1).

En procédant de la sorte, nous obtenons le résultat que nous aurions obtenu si nous avions défini les termes P et non P par énumération; tout élément d'une classe finie d'objets serait P ou non P (exclusivement), si nous répartissions les éléments de cette classe en deux catégories exclusives, A et B, et décidions que les objets de la catégorie A et ceux-là seulement sont P et que les objets de la catégorie B et ceux-là seulement sont non P. Notre manière d'utiliser les prédicats équivaut à une répartition de ce genre; nous nous arrangeons pour que les éléments d'une classe donnée d'objets soient répartis en deux catégories exclusives, analogues à A et à B.

Une autre constatation s'impose, qui concerne l'usage des termes «vrai» et «faux». Affirmer Q et affirmer que Q est vrai sont des attitudes qui diffèrent par certains aspects; nous laissons entendre, quand nous affirmons que Q est vrai, que l'énoncé Q peut ou doit être admis et qu'il y a des raisons qui autorisent à l'admettre. Lorsque nous affirmons Q, nous voulons aussi (généralement, du moins) que Q soit admis, mais nous n'incitons pas nos interlocuteurs, comme dans le cas précédent, à conclure de notre affirmation que quelque chose peut ou doit être admis et qu'il y a des raisons de l'admettre; nous ne nous efforçons pas, par les moyens que le langage met à notre disposition, de susciter chez eux cette réaction très particulière. Néanmoins, après avoir admis Q, nous pouvons affirmer que Q est vrai (et déduire donc l'énoncé «Q est vrai» de Q), s'il y a quelque utilité à le faire; et nous pouvons, de la même manière, dé-

(1) Voir à ce sujet: PERELMAN, Ch. et OLBRECHTS-TYTECA, L. *La Nouvelle Rhétorique. Traité de l'Argumentation*, Paris, Presses Universitaires de France, 1958, 2 v., pp. 282-294.

duire Q de l'énoncé « Q est vrai », puisque reconnaître que Q est vrai, c'est reconnaître que Q peut ou doit être admis et qu'il y a des raisons d'admettre Q ; c'est adopter donc une attitude qui, naturellement, peut entraîner celle qui consiste à admettre l'énoncé Q lui-même.

Tout comme nous déduisons Q de l'énoncé « Q est vrai » et l'énoncé « Q est vrai » de Q , nous déduisons non Q de l'énoncé « Q est faux » (ou de l'énoncé « Q n'est pas vrai ») et, inversement, « l'énoncé Q est faux » de non Q . Nous nous conformons à l'usage des termes « vrai » et « faux » quand nous affirmons que sont valables les équivalences de la forme

Q est vrai si et seulement si Q'

(où Q est le nom de l'énoncé Q')⁽¹⁾.

Un troisième fait concerne l'usage des constantes logiques; c'est l'usage que nous faisons de ces expressions qui permet d'expliquer, en grande partie, les processus de la déduction naturelle. Nous ne formulons qu'exceptionnellement une loi logique; le raisonnement (logique) est constitué essentiellement de déductions élémentaires: après avoir accepté ou supposé vrais certains énoncés, nous en déduisons d'autres; et nous admettons un ou plusieurs énoncés au terme d'une ou de plusieurs déductions préalables. Décrivons brièvement ces processus en nous tenant au niveau du calcul des propositions.

Nous déduisons A (ou B) de « A et B » et, inversement, « A et B » de A, B . Dans chacun des deux cas, l'acceptation de la prémisse (ou des prémisses) entraîne, si certaines conditions sont satisfaites, celle de la conclusion. Nous nous servons de la conjonction « et » lorsque nous avons quelque raison d'affirmer simultanément deux énon-

(1) Remarquons toutefois que ces équivalences, qui constituent en quelque sorte une définition partielle du terme « vrai », sont à la source du paradoxe du menteur. Les langages qui contiennent les termes « vrai » et « faux » et permettent de dénommer les énoncés dont ils sont constitués, sont inconsistants si toutes ces équivalences sont valides. Si le seul énoncé que contient le livre R est

L'énoncé que contient R est faux,
nous obtenons immédiatement

L'énoncé que contient R est vrai
si et seulement cet énoncé est faux

Il faut conclure de cela que ces équivalences ne sont pas toutes valides dans les langages qui contiennent les termes « vrai » et « faux » et permettent de dénommer leurs propres énoncés.

cés⁽¹⁾. C'est pourquoi, nous affirmons «A et B» après avoir affirmé successivement A et B, dès que nous trouvons quelque intérêt à rapprocher les deux énoncés l'un de l'autre. Et l'affirmation simultanée de A et de B peut être suivie, dans certains cas, de celle de A ou de celle de B : il suffit, par exemple, qu'après avoir affirmé «A et B», nous voulions envisager les conséquences de A pour que nous affirmions cet énoncé isolément.

Admettre l'énoncé «Si A, alors B», c'est (généralement) se disposer à admettre B dès que A sera admis; un énoncé qui a la forme d'une hypothétique est fréquemment employé pour susciter une disposition de ce genre. Après avoir admis A et l'énoncé «Si A, alors B» successivement, cette disposition peut se muer, si certaines conditions supplémentaires se trouvent satisfaites, en l'acceptation de B. Et inversement, la déduction de B à partir de A peut être suivie, dans certains cas, de l'acceptation de l'énoncé «Si A, alors B»: il est normal que cette déduction entraîne, sous l'action de quelque facteur psychologique, la disposition en quoi consiste l'acceptation de l'énoncé hypothétique.

Admettre «A ou B», c'est se disposer à admettre les deux éléments de la disjonction ou l'un d'eux seulement si l'on se trouve contraint de rejeter l'autre. Affirmer non A, c'est rejeter A. Il suffit que nous ayons affirmé successivement «A ou B» et non A pour que, dans certains cas, cette disposition se transforme en acceptation de B. C'est d'une manière analogue que peut s'expliquer le processus qui mène à l'acceptation de l'énoncé «Si A ou B, alors R», au terme d'une déduction de R à partir de A et du même énoncé à partir de B et du processus qui mène à l'acceptation de l'énoncé «Si A ou B, alors R ou R'», au terme d'une déduction de R à partir de A et d'une déduction de R' à partir de B.

Après avoir déduit B successivement des prémisses A,R et des prémisses non A,R, nous admettons dans certains cas l'énoncé «Si R, alors B»; nous recourons donc au principe du tiers-exclu qu'il nous arrive d'ailleurs de formuler quelquefois explicitement; l'acceptation de ce principe joue un rôle important dans le raisonnement logique et soulève un problème particulier: il conviendrait en effet de montrer quels sont les facteurs psychologiques qui la suscitent. Notons toutefois qu'elle est tout à fait conforme à l'usage que nous faisons des prédicats fondamentaux du langage et dont nous avons parlé précédemment.

(1) Voir au sujet des fonctions de cette conjonction l'ouvrage de PERELMAN, Ch. et OLBRECHTS-TYTECA, L. déjà cité, pp. 210 et sq.

Après avoir déduit non A des prémisses A,R, nous admettons l'énoncé «Si A, alors non R» et l'énoncé non R aussitôt que nous avons admis A. Ce processus soulève également un problème. Nous agissons comme si nous étions conscients que l'application correcte des règles de déduction mène nécessairement de prémisses vraies à des conclusions qui le sont également; la déduction de non A à partir d'un énoncé vrai (A) et d'un énoncé supposé vrai (R) nous incite à rejeter R.

Si l'on formalise ou schématise ces processus et ceux qui concernent les quantificateurs (en leur ajoutant les règles dites structurelles), on obtient aisément les axiomes de la logique élémentaire⁽¹⁾. Il est important de remarquer que c'est précisément l'application des processus ou des règles de la déduction naturelle qui peut nous mener à l'affirmation de certaines lois logiques. Ainsi, après avoir déduit B de l'énoncé «A et B», nous pouvons formuler la loi logique «Si A et B, alors B» (et appliquer donc le principe de déduction). C'est de cette manière que l'on pourrait expliquer comment nous parvenons à découvrir les lois logiques et quels sont les facteurs qui nous incitent à les accepter. Tel est en effet le problème essentiel que posent les énoncés a priori; l'observation ou le souci d'expliquer certains phénomènes nous font admettre les énoncés empiriques; des facteurs d'un tout autre genre concourent à nous faire accepter les lois logiques et les énoncés mathématiques: il conviendrait de les étudier d'une manière plus approfondie.

Nous avons donc constaté trois faits qui concernent respectivement l'usage des prédicats, des termes «vrai» et «faux» et des constantes logiques. Supposons maintenant que nous avons affirmé une loi logique, plus particulièrement un théorème du calcul des propositions formé de prédicats et de constantes individuelles uniquement. Tenons compte des trois faits que nous venons de mentionner: si nous voulons soumettre l'énoncé à l'épreuve, le vérifier ou le falsifier par l'expérience (nous supposons que les prédicats et les constantes individuelles sont des termes empiriques et se rapportent à des données de l'observation), nous ne réussissons pas à le falsifier et parviendrons éventuellement à le vérifier si (1) nous utilisons les prédicats P, Q, ... de telle sorte que chaque individu (d'une catégorie donnée) soit P ou non P, Q ou non Q, ..., si (2) nous respec-

(1) Voir au sujet de la déduction naturelle: *Recherches sur la Déduction Naturelle* de G. GENTZEN; traduction commentée par R. FEYS, et J. LADRIÈRE, Paris, Presses Universitaires de France, 1955.

tons l'usage des termes «vrai» et «faux» et si (3) nous effectuons les déductions conformément à l'usage des constantes logiques.

De la sorte, nous assignerons une valeur de vérité aux énoncés atomiques et éventuellement aux énoncés moléculaires dont la loi est formée. Ainsi, après avoir vérifié par l'observation que l'objet a possède la propriété P ou définit le prédicat P de manière à ranger l'objet a dans la classe des objets qui sont P, nous admettrons l'énoncé « a est P » et lui assignerons la valeur de vérité «vrai» (ou déclarerons l'énoncé vrai); si la loi contient l'énoncé « a n'est pas P », nous lui assignerons la valeur de vérité «faux» (l'énoncé « a n'est pas P » est déductible des énoncés « a est P » et « a n'est pas P »; sa négation doit donc être admise et il doit donc être déclaré faux). Bien entendu, il n'est nullement nécessaire d'effectuer une déduction en formulant toutes les étapes dont elle est constituée; même les raisonnements mathématiques ne suivent que d'assez loin les schémas de la déduction formalisée par la logique: nous négligeons toujours certaines étapes de la déduction et souvent même un grand nombre d'entre elles.

Il est clair que si nous procédons ainsi, nous réussirons éventuellement à assigner une valeur de vérité aux énoncés moléculaires de la loi et la valeur de vérité «vrai» à la loi elle-même; il n'est nullement indispensable que nous connaissions les tables de vérité usuelles des constantes logiques pour y parvenir. Ayant admis, par exemple, A d'abord et B ensuite, nous admettrons l'énoncé «A et B» et lui assignerons la valeur de vérité «vrai». Il est exceptionnel, semble-t-il, que nous déduisions «A ou B» de A; mais ce schéma de déduction peut être dérivé de ceux que nous avons formulés plus haut, de sorte qu'il n'est pas impossible qu'après avoir admis A, nous assignions la valeur de vérité «vrai» à l'énoncé «A ou B»; de toute manière, nous ne parviendrons pas à falsifier la disjonction après avoir admis A (pour autant, bien entendu, que nous respections l'usage des constantes logiques et des termes «vrai» et «faux»).

Essayons de conclure. Nous ne déduisons pas les énoncés de la forme

L est vrai

(L étant une loi logique) de conventions qui fixent l'usage de certaines expressions linguistiques. Nous découvrons les principes logiques dans des conditions a priori. Nous employons les prédicats (empiriques), les termes «vrai» et «faux» et les constantes logiques de telle sorte qu'aucune confrontation d'une loi logique avec l'expé-

rience ne permet de la falsifier, aussi longtemps que l'usage de ces termes est respecté. Cette impossibilité résulte d'un emploi particulier de ces expressions, le terme «résulter» ayant ici le sens de «être l'effet».

C'est donc en adoptant le point de vue pragmatique qu'il est possible de faire ressortir les éléments conventionnels dont les lois logiques tiennent leur vérité et d'éviter de donner de la notion de «vérité logique» une définition purement mathématique (la validité) ou une définition qui, bien que correcte formellement, est dénuée de toute valeur explicative.

(Travail effectué en tant que
Chercheur qualifié du F.N.R.S.)