

LA NOTION DE RATIONALITÉ DES MÉTHODES D'INFÉRENCE FAILLIBLES

K. AJDUKIEWICZ

Les considérations auxquelles sera consacrée la présente communication tiennent de la méthodologie et non pas de la logique formelle ni de la méta-théorie. Il y sera question d'inférence, de jugements, de degrés de leur certitude, etc. de sorte que la communication abondera en notions psychologiques. Il y sera également question d'hommes qui pensent et agissent, et tout le processus de la connaissance y sera considéré en liaison avec la vie pratique de l'homme et non pas de façon abstraite et idéalisée. Le problème que nous nous posons est le suivant: se peut-il, et dans quelles circonstances, qu'on agisse de façon rationnelle en acceptant la conclusion alors que les prémisses sont vraies, mais que la méthode d'inférence est faillible, c'est-à-dire une de celles qui peuvent conduire de prémisses vraies à une conclusion fausse? C'est parmi ces méthodes d'inférence faillibles que figure l'induction dite par énumération. Les logiciens et les méthodologistes ont accordé beaucoup d'attention au problème de sa justification, mais malheureusement sans préciser en quoi consistait cette justification. La présente communication voudrait donner un sens palpable au problème de justifier l'induction et, en même temps, voudrait fournir un échantillon — malheureusement, sans valeur pratique — de notre projet de solution du problème.

Cependant, avant d'aborder le fond de la question, il faut tout d'abord, pour éviter des malentendus, établir la terminologie et introduire quelques notions auxiliaires.

Commençons par définir le terme «inférence». Nous appelons ainsi l'opération mentale par laquelle, ayant accepté avec un degré de certitude quelconque les propositions dites prémisses, on arrive à accepter — toujours avec un degré de certitude quelconque, mais plus grand qu'auparavant — une autre proposition dite conclusion.

Le degré de certitude est une caractéristique de l'état subjectif qui s'appelle acceptation d'une proposition ou croyance à ce que la proposition énoncé. Cependant, on peut attribuer aux différents degrés subjectifs de certitude des mesures objectives correspondantes. Les raisonnements qui y conduisent peuvent être illustrés par l'exemple suivant.

Supposons qu'on est mis devant le problème pratique d'entrepen-

dre, dans un certain endroit, le forage d'une sonde à pétrole ou d'y renoncer. Ce forage nous vaudra un certain profit Z s'il y a du pétrole et une certaine perte S s'il n'y en a pas. Le rapport de la perte S et du profit Z représente le risque que l'on court en entreprenant le forage, en dépit de l'incertitude quant à la présence du pétrole. Or, plus ce risque est grand, plus on doit être convaincu, avant d'agir, que c'est l'état de choses profitable qui a lieu. En cas de petit risque, il suffit, pour agir, d'un faible degré de certitude sur la réalité de cet état profitable; en cas de grand risque, en n'agira qu'alors que le degré de certitude sera grand, lui aussi. En vertu de tels raisonnements, nous pourrions prendre pour mesure du degré de certitude avec lequel on accepte une proposition A le *plus grand risque* qu'on est disposé à courir en entreprenant une action qui peut nous valoir ou bien le profit Z si A est vrai ou bien la perte S s'il est faux.

Supposons qu'on est disposé à parier tout au plus 2 fr. contre 1 fr. que le lendemain il fera beau temps. Le risque de ce pari, donc aussi la mesure de notre certitude qu'il fera beau temps, est de $\frac{1}{2}$.

En prenant pour mesure du degré de certitude la mesure du risque couru, c'est-à-dire le rapport entre la perte et le profit, on obtiendrait une échelle de degrés de certitude allant de zéro jusqu'à l'infini. A la certitude zéro d'une proposition A correspondrait la disposition à agir sans courir aucun risque — en d'autres mots, à n'agir que si la vérité de A nous vaut un profit différent de 0 et sa fausseté, une perte égale à 0. A la certitude infiniment grande de la proposition A correspondrait la disposition à agir avec le risque infiniment grand, c'est-à-dire même si la vérité de A ne nous vaut aucun profit et sa fausseté, n'importe quelle perte différente de 0. Mais pour certaines raisons qui apparaîtront plus tard, nous préférons d'attribuer aux différents degrés de certitude des mesures numériques variant non pas de 0 jusqu'à l'infini, mais de 0 jusqu'à 1. Nous le ferons en prenant pour mesure du degré de certitude, au lieu du rapport entre la perte et le profit, celui entre la perte et la somme de la perte et du profit.

Puisque,

s'il est vrai que $\frac{S_1}{Z_1} > \frac{S_2}{Z_2}$

il est aussi vrai que $\frac{S_1}{Z_1 + S_1} > \frac{S_2}{Z_2 + S_2}$

il est clair qu'à un degré de certitude plus élevé déterminé par l'une de ces conventions métrologiques correspondra un degré plus

élevé déterminé par l'autre. Donc en passant de la première convention à la seconde, nous ne changerons rien à l'ordre de grandeurs des degrés de certitude.

Nous finissons donc par accepter la définition suivante de la mesure du degré de certitude avec lequel la personne X accepte la proposition A :

Si X est disposé à n'entreprendre l'action D que chaque fois qu'elle lui vaudra tout au moins le profit Z en cas de vérité de A et tout au plus la perte S en cas de sa fausseté, nous attribuons au degré de certitude avec lequel X accepte A la mesure

$$B_x(A) = \frac{S}{Z+S}.$$

Conformément à cette définition, le degré de certitude qui ne suffit qu'à nous disposer à agir sans aucun risque, c'est-à-dire le degré qui correspond à un profit attendu $Z > 0$ et à une perte attendue $S = 0$, sera de

$$\frac{0}{Z+0} = 0.$$

Par contre, le degré de certitude qui nous dispose à agir au risque infiniment grand, c'est-à-dire le degré qui correspond à un profit attendu $Z = 0$ et à une perte attendue $S > 0$, sera de

$$\frac{S}{0+S} = 1.$$

Si l'action D nous vaut le profit Z chaque fois que la proposition A est vraie et la perte S chaque fois que A est faux, alors cette même action provoquera, en cas de vérité de *non-A*, le même effet qu'en cas de fausseté de A , c'est-à-dire la perte S : tandis qu'en cas de la fausseté de *non-A*, elle nous vaudra le profit Z . Or, puisqu'on peut considérer toute perte comme profit négatif et tout profit comme perte négative, la proposition précédente peut aussi être formulée de façon suivante: si l'action D nous vaut le profit Z au cas que A est vrai et la perte S au cas qu'il est faux, alors elle nous vaudra, au cas que *non-A* est vrai, le profit Z et au cas que *non-A* est faux, la perte S .

Supposons que

$$B_x(A) = \frac{S}{Z+S}.$$

Ceci veut dire que X est disposé à entreprendre toute action D qui lui vaille, en cas de vérité de A , tout au moins le profit Z et en cas de fausseté de A , tout au plus la perte S . Ou bien, en d'autres mots, X est disposé à entreprendre toute action qui lui vaille, en cas de vérité de $\text{non-}A$, tout au moins le profit $-S$ et en cas de fausseté de $\text{non-}A$, tout au plus la perte $-Z$. Or ceci veut dire que le degré de certitude avec lequel X accepte $\text{non-}A$ est de:

$$B_x(\text{non } A) = \frac{-Z}{-S} = \frac{Z}{S+Z}.$$

Nous avons ainsi démontré que s'il est vrai que

$$B_x(A) = \frac{S}{Z+S},$$

il est aussi vrai que

$$B_x(\text{non } A) = \frac{Z}{S+Z} = 1 - \frac{S}{Z+S} = 1 - B_x(A).$$

Supposons maintenant que la personne X est absolument indécise et croit tout autant à la vérité de A qu'à celle de $\text{non-}A$. Alors, on a

$$B_x(A) = B_x(\text{non } A)$$

et, par conséquent,

$$B_x(A) = 1 - B_x(A)$$

$$B_x(A) = \frac{1}{2}.$$

C'est donc la mesure de $\frac{1}{2}$ qui correspond à un état d'indécision absolue sur la vérité de A ou de $\text{non-}A$.

On voit que notre manière de mesurer les degrés de certitude conduit à une échelle identique à celle de la probabilité mathématique. C'est bien là la raison qui nous a fait adopter non pas la première façon de juxtaposer aux différents degrés de certitude leurs mesures numériques, mais la seconde.

*
**

Dans son article intitulé *Coherence and the problem of confirmation* (The Journal of Symbolic Logic, Vol. 20, Nr 1, Mars 1955), M. A. Shimony donne une définition de la foi relative partielle (partial relative belief) qui ne diffère pas essentiellement de notre définition du degré de certitude avec lequel la personne x accepte la proposi-

tion h . Voici la définition donnée par M. Shimony: le degré de foi qu'une personne x ajoute à une proposition h sur la base d'une prémisse e est r (symboliquement $B_x(h/e) = r$) si et seulement si x est disposé à parier sur h à des conditions tout au moins aussi avantageuse pour lui que les suivantes:

- a) Au cas que e est vrai et que h est faux, x paie $r.S$ et ne gagne rien, de sorte que son profit net est de $-r.S$;
- b) au cas que e est vrai et que h est vrai, x paie $r.S$ et gagne S , de sorte que son profit net est de $(1-r).S$;
- c) au cas que e est faux, x ne paie rien et ne gagne rien, ce qui revient à dire que le pari est annulé.

On voit que:

$$r = \frac{r.S}{r.S + (1-r).S} = \frac{\text{perte}}{\text{perte} + \text{profit}}$$

puisque tout profit négatif est une perte.

Par conséquent, la seule différence entre les deux méthodes de mesurer le degré de certitude, celle de M. Shimony et la nôtre, c'est que M. Shimony indique une méthode de mesurer le degré de certitude d'une proposition h par rapport à une prémisse e , tandis que nous, nous indiquons une méthode de mesurer le degré absolu de certitude.

A toutes ces tentatives de prendre comme mesure du degré de certitude avec lequel x accepte une proposition A la grandeur du risque que x est disposé à courir en entreprenant l'action respective, on peut objecter que la décision de x pour ou contre une action dont le risque est en fonction de la vérité de A dépend non seulement du degré de certitude avec lequel x accepte A , mais aussi de la situation financière de x . Supposé que le degré de certitude est le même, un homme riche sera disposé à risquer une plus grosse somme qu'un homme indigent. L'objection serait juste, si on voulait exprimer profits et pertes en sommes absolues. Cependant, l'utilité d'une même somme d'argent varie d'après la richesse et les besoins des différentes personnes. Ce n'est donc point en sommes absolues, mais en unités d'utilité qu'il faut exprimer ce profit et cette perte dont il s'agit dans notre définition du degré de certitude. La notion d'utilité est largement discutée en économie mathématique. Elle forme l'objet d'une ample discussion au § 51 de l'œuvre de Carnap *The Logical Foundations of Probability* (Chicago, IInd impression 1951).

*
**

Procédons maintenant à la définition de certains termes et notions ayant trait à l'inférence. Nous commencerons par le terme *énonciation inférentielle*. Nous appelons ainsi toute énonciation formée par l'union de certaines prémisses et d'une certaine conclusion au moyen du mot «donc» ou d'un mot équivalent. L'énonciation suivante en est un exemple: «tout homme est mortel, Socrate est un homme; donc Socrate est mortel». Au lieu du mot «donc» nous nous servirons du symbole « $\rightsquigarrow$ ».

En remplaçant, dans une énonciation inférentielle, un ou plusieurs termes constants par des variables, on aura une expression qui s'appelle *schéma d'inférence*. Ceux de ces schémas où n'apparaissent que des constantes logiques s'appellent schémas d'inférence formels.

Si deux inférences s'expriment par deux énonciations inférentielles correspondant au même schéma et si, en outre, leurs prémisses et conclusions s'accordent entre elles quant à leurs degrés de certitude respectifs, nous disons que les deux inférences découlent de la même façon ou représentent la même *méthode d'inférence*.

Introduisons à présent la notion de degré d'infailibilité d'un certain schéma d'inférence. Nous appelons ainsi le rapport entre le nombre des valeurs de la variable qui satisfont tant aux prémisses qu'à la conclusion et le nombre de toutes les valeurs de la variable qui satisfont aux prémisses.

Nous symboliserons le degré d'infailibilité d'un schéma « $P(x) \rightsquigarrow C(x)$ » en écrivant

$$T [P(x) \rightsquigarrow C(x)] .$$

Or, en désignant par le symbole $N_x[F(x)]$ le nombre des valeurs de la variable x qui satisfont à la fonction propositionnelle $F(x)$, on peut écrire

$$T [P(x) \rightsquigarrow C(x)] = \frac{N_x [P(x) \cdot C(x)]}{N_x [P(x)]} .$$

Si les valeurs de la variable x sont des nombres naturels, alors, par exemple,

$$T [(1 < x < 10) \rightsquigarrow (3 < x < 6)] = \frac{N_x [(1 < x < 10) \cdot (3 < x < 6)]}{N_x [1 < x < 10]} = \frac{2}{8}$$

Ce n'est que rarement que le degré d'infailibilité d'un schéma d'inférence se laisse calculer comme dans l'exemple précédent. Il se peut que la notion même de degré d'infailibilité n'ait pas de sens.

Ainsi, pour un schéma du type

$$P(x) \rightsquigarrow C(x)$$

la fraction

$$\frac{N_x [P(x) \cdot C(x)]}{N_x [P(x)]}$$

qui sert à mesurer le degré d'infailibilité du schéma, n'aura point de valeur définie si le nombre des x qui satisferont tant aux prémisses quant à la conclusion est infini. Dans ces cas-ci

$$T [P(x) \rightsquigarrow C(x)] = \frac{\infty}{\infty}.$$

Pour donner, dans de tels cas, un sens à la notion de degré d'infailibilité d'un schéma, il faudrait se servir, en la définissant, de la notion de limite d'une suite. On procède de façon semblable dans la définition fréquentielle de la probabilité, en passant des ensembles finis aux infinis. Cette ressemblance n'a pas de quoi étonner. En effet, notre notion de degré d'infailibilité d'un schéma d'inférence n'est pas autre chose que la notion fréquentielle de probabilité relative de la conclusion qu'on tire, d'après ce schéma, par rapport aux prémisses respectives.

Nous avons dit qu'il arrive souvent que le degré d'infailibilité d'un schéma d'inférence ne peut pratiquement pas être calculé. Mais il arrive aussi fréquemment que sans pouvoir le calculer on peut comparer entre eux les degrés d'infailibilité de plusieurs schémas.

Prenons pour exemple un schéma dont la prémisse énonce que tout au moins k objets x qui sont S sont aussi P , tandis que la conclusion est la proposition générale «tout S est P ». Nous pouvons l'écrire de façon suivante:

$$(*) \sum_x (x \in S \cdot x \in P) \rightsquigarrow (ScP).$$

On peut traiter ce schéma comme une espèce de l'induction énumérative. Pour simplifier, supposons que le terme P est une constante et que seulement le terme S est une variable libre dans notre schéma. Alors son degré d'infailibilité sera:

$$T (*) = \frac{N_S [\sum_x^k (x \in S \cdot x \in P) \cdot (ScP)]}{N_S [\sum_x^k (x \in S \cdot x \in P)]}.$$

Cette formule représente le rapport entre le nombre des espèces S incluses en P et possédant au moins k éléments et le nombre de ces espèces S dont au moins k éléments appartiennent à P . En supposant que le nombre d'espèces S est fini, il est facile de prouver que ce rapport augmente à mesure qu'augmente k , c'est-à-dire que le schéma de l'induction par énumération est d'autant plus infaillible, ou plutôt d'autant moins faillible, que la prémisse constate plus de cas favorables à la conclusion.

Il est également clair que le schéma (*) est le moins infaillible alors que $K = 0$; cela veut dire qu'on suit une voie moins faillible en inférant d'après le schéma de l'induction par énumération que si l'on tirait une conclusion générale sans constater s'il y a du moins un seul cas favorable.

*
**

Procédons maintenant à la définition de la notion la plus importante parmi toutes nos considérations: celle de *rationalité d'une méthode d'inférence*. La notion de rationalité n'est point une notion spécifiquement logique ou méthodologique, mais c'est une notion générale de la praxéologie. En effet, on parle non seulement d'inférences, mais aussi, plus généralement, de comportements rationnels ou non-rationnels. Quand appelle-t-on rationnel le comportement d'un homme? Alors qu'il mène au but désiré. Ainsi la notion de rationalité du comportement demande-t-elle à être rapportée à un certain but. Un seul et même comportement peut être rationnel par rapport à un but et non-rationnel par rapport à un autre. Il n'est pas nécessairement question ici d'un but que l'homme poursuit de manière consciente. Souvent l'homme ne se rend pas bien compte du but dans lequel il agit, ou bien il se peut que ce but nous soit inconnu à nous. Dans de tels cas, on peut se demander si le comportement de cet homme serait rationnel si telle et telle chose en était le but.

C'est bien ainsi que nous poserons notre problème de la rationalité des méthodes d'inférence. Nous demanderons dans quelles circonstances une de ces méthodes serait rationnelle si l'on supposait qu'elle sert à atteindre un but défini. Supposons par exemple que ce but est d'un caractère pratique, à savoir qu'il consiste à réaliser un profit et à éviter des pertes. Au point de vue d'un tel but, nous appellerons rationnelle une méthode d'inférence si, en agissant d'après les conclusions qu'elle permet de tirer de prémisses vraies, on réalisera à la longue un bilan de profits et de pertes qui ne sera pas négatif.

Rappelons que par méthode d'inférence nous entendons une classe

d'inférences caractérisée non seulement par un certain schéma, mais aussi par le degré de certitude de leurs prémisses et conclusions.

Considérons donc une méthode d'inférence caractérisée de façon suivante: premièrement, par un schéma $P(x) \rightsquigarrow C(x)$ dont le degré d'infailibilité est de $\frac{k}{l}$; secondement, par le fait que les conclusions

qu'elle permet de tirer de prémisses vraies et absolument certaines ont, tout au plus, un degré de certitude de $\frac{S}{Z+S}$.

Dire que le degré d'infailibilité du schéma $P(x) \rightsquigarrow C(x)$ est de $\frac{k}{l}$, c'est dire que le rapport du nombre des x pour lesquels prémisses et conclusion sont vraies au nombre total de ces x pour lesquels les prémisses sont vraies est lui aussi de $\frac{k}{l}$.

D'autre part, dire que le degré de certitude des conclusions que cette méthode permet de tirer de prémisses vraies ne dépasse pas $\frac{S}{Z+S}$,

c'est dire que leur acceptation ne nous dispose qu'à des actions qui nous valent tout au moins le profit Z si nos conclusions sont vraies et tout au plus la perte S si elles sont fausses. Cette caractéristique de notre méthode d'inférence nous permettra de calculer la limite inférieure du bilan des profits et pertes que peuvent nous valoir nos actions basées sur les conclusions que cette méthode nous autorise à tirer de prémisses vraies. Ces actions nous vaudront, on le sait, tout au moins le profit Z chaque fois que les conclusions seront vraies et tout au plus la perte S chaque fois que les conclusions seront fausses. Or, les conclusions seront vraies dans un nombre k de cas et fausses dans un nombre $(l-k)$ de cas. Par conséquent,

$$\begin{aligned} \text{le profit global} &\geq k.Z \\ \text{la perte globale} &\leq (l-k).S. \end{aligned}$$

Il s'ensuit de là que

$$\text{le bilan des profits et pertes} \geq k.Z - (l-k).S.$$

Une condition qui suffit à ce que ce bilan ne soit pas négatif est la suivante:

$$k.Z - (l-k).S \geq 0$$

ou, en d'autres termes

$$k.Z \geq (l-k).S.$$

Des transformations simples de cette inégalité conduisent à :

$$\begin{aligned} k.Z &\geq 1.S - k.S \\ k.(Z+S) &\geq 1.S \\ \frac{k}{l} &\geq \frac{S}{Z+S} \quad (1). \end{aligned}$$

Voici donc la condition qui suffit à ce que notre bilan de profits et pertes ne soit pas, à la longue, négatif, si nous agissons d'après les conclusions que notre méthode nous permet d'inférer de prémisses vraies. Par conséquent, il suffit de cette même condition pour qu'on reconnaisse cette méthode d'inférence comme rationnelle au point de vue pratique.

Il est aisé de voir que la partie gauche de l'inégalité (1) représente le degré d'infailibilité de notre méthode d'inférence, tandis que la partie droite désigne la limite supérieure du degré de certitude des conclusions que cette méthode permet de tirer de prémisses vraies. Par conséquent, nous pourrions formuler le résultat de nos considérations de la façon suivante: *pour qu'une méthode d'inférence soit rationnelle au point de vue pratique, il suffit que son degré d'infailibilité ne soit pas moindre que le degré de certitude des conclusions qu'elle permet de tirer de prémisses vraies* ⁽¹⁾.

Voici notre réponse à la question de savoir quand on peut quali-

(1) Il paraît naturel d'appeler probabilité logique d'une proposition h , par rapport à une autre proposition e et à un schéma S , le plus haut degré de certitude avec lequel on peut, tout en agissant de façon rationnelle, accepter h en tant que conclusion tirée de e d'après S / symboliquement $Plog[e/S]h$. En se servant de cette terminologie et en partant de notre théorème qui formule la condition de rationalité d'une méthode d'inférence, on pourrait tirer la conséquence suivante:

La probabilité logique d'une proposition h par rapport à une autre proposition e et à un schéma S égale au degré d'infailibilité du schéma S .

$$Plog[e/S]h = T[S]$$

Ce théorème-ci met un signe d'égalité entre la probabilité logique et la probabilité fréquentielle, car le degré d'infailibilité d'un schéma d'inférence est — on l'a déjà dit — une probabilité fréquentielle.

C'est de cette notion-ci de probabilité logique, ou tout au moins d'une notion très voisine, que se sert Carnap au § 41. C. de l'œuvre citée. La marche du raisonnement de ce paragraphe est tout à fait analogue à nos considérations tendant à établir la condition de rationalité des méthodes d'inférence faillibles.

fier une méthode d'inférence comme rationnelle au point de vue pratique. On voit qu'une telle qualification ne dépend pas du seul degré d'infailibilité de la méthode, mais de la conformité à celui-ci du degré de certitude des conclusions. Et puisque par degré de certitude nous entendons la disposition à des actions plus ou moins risquées, notre réponse considère une méthode d'inférence comme rationnelle ou non selon que cette méthode dispose ou non à des actions dont le risque est conforme au degré d'infailibilité de la méthode.

Nous nous sommes occupés ici du problème de la rationalité des méthodes d'inférence au point de vue pratique. On peut aussi, bien entendu, considérer ce problème au point de vue d'autres buts que le but pratique. On peut, par exemple, envisager un but purement théorique, celui de trouver la vérité et d'éviter l'erreur, et ne reconnaître comme rationnelles que les méthodes d'inférence qui, de prémisses vraies, conduisent toujours à des conclusions vraies et jamais à de fausses. On peut formuler ce but théorique d'une manière plus faible et demander aux méthodes d'inférence seulement qu'elles conduisent plus souvent du vrai au vrai que du vrai au faux. Alors, on ne reconnaîtra comme rationnelles que les méthodes d'inférence dont le degré d'infailibilité sera supérieur à $\frac{1}{2}$. Les conditions auxquelles devra satisfaire une méthode varieront, on le voit, selon le but par rapport auquel on évaluera la rationalité.

Nous voudrions encore ajouter que ce n'est que de la rationalité des *méthodes* qu'il a été question ici et non pas de celle des inférences mêmes. Cette dernière peut être définie de deux façons. On peut considérer une inférence comme rationnelle au point de vue d'un but donné si elle réalise ce but. Alors, les seules inférences rationnelles au point de vue pratique (et théorique aussi), seraient celles qui conduisent à des conclusions vraies. Il faudrait alors, par exemple, considérer comme rationnelle l'inférence d'un homme qui, en partant de la prémisse que 2 fois 2 font 4, devinerait par hasard le numéro qui gagnerait le gros lot. Ce serait donc là une notion paradoxale. — Cependant, on peut considérer comme rationnelles, au point de vue pratique par exemple, les inférences qui se déroulent de façon rationnelle à ce même point de vue, c'est-à-dire qui nous valent, à la longue, un bilan de profits et pertes qui n'est pas négatif. Puisque, tout en inférant selon une méthode rationnelle au point de vue pratique, on peut parfois tirer une conclusion qui dispose à une action nuisible, l'acceptation d'une telle notion de rationalité nous contraindrait à considérer parfois comme rationnelle une inférence qui, au lieu de nous rapprocher du but désiré, nous en éloignerait.

Nous devons avouer que cette conséquence-ci ne nous paraît point paradoxale. Nous ne trouvons pas contraire à l'acception courante de l'adjectif «rationnel» de dire que quelqu'un, tout en procédant d'une façon rationnelle, a manqué le but.

*
**

Terminons par quelques réflexions sur la valeur du présent exposé. Il peut, et à juste titre, paraître extrêmement primitif et élémentaire à ceux qui connaissent la théorie des probabilités et ce qui a été écrit sur la justification probabiliste de l'induction. Toute notre idée n'est que de traiter les méthodes d'inférence comme des systèmes particuliers de jeu de hasard, où l'on peut soit gagner soit perdre. Quant au développement de cette idée, ce n'est qu'une simple répétition de ce qu'on a depuis longtemps dit sur les conditions de loyauté d'un système donné de jeu. On sait depuis longtemps qu'un système de jeu est loyal si l'espoir mathématique de gagner y est égal à celui de perdre. D'autre part, le système est favorable au joueur et défavorable au banquier si l'espoir mathématique de gagner n'est pas moindre que celui de perdre. La condition, que nous venons de formuler, de la rationalité d'une méthode d'inférence

$$k.Z \geq (l-k).S$$

n'est qu'une autre formulation de cette même condition. En effet, en divisant les deux parties de l'inégalité par l , on obtient

$$\frac{k}{l}.Z \geq \frac{l-k}{l}.S$$

Or, $\frac{k}{l}$ c'est le rapport du nombre de conclusions justes au nombre total de conclusions, donc la probabilité d'une conclusions juste ou la propabilité de gagner. Donc $\frac{k}{l}.Z$ équivaut a l'espoir mathématique de gagner. De même $\frac{l-k}{l}.S$ représente l'espoir mathématique de perdre. Par conséquent, notre condition de la rationalité d'une méthode d'inférence est identique à la condition, depuis longtemps connue, de la favorabilité d'un système de jeu.

On peut aussi contester la valeur du présent exposé pour la raison que le critérium de la rationalité, que nous venons d'élaborer, ne se

laisse pratiquement pas appliquer aux méthodes d'inférence qui, telle l'induction par énumération, se trouvent au centre de l'attention des méthodologistes. En effet, le degré d'infailibilité de ces méthodes est pratiquement indéterminable. On peut, il est vrai, émousser quelque peu la pointe de cette critique par la remarque que, dans beaucoup de cas où ce degré est incalculable, il est toutefois comparable d'une méthode à l'autre, ce qui, en fin de compte, permet de répondre à la question de savoir si une méthode est plus rationnelle qu'une autre. Mais la critique citée n'en indique pas moins un côté faible de nos résultats.

Malgré tout, nous nous permettons de penser qu'il y a, dans l'exposé précédent, tout au moins trois idées dignes d'attention.

La première, c'est celle de préciser le problème même de la légitimité de l'induction et des autres méthodes faillibles. C'est au moins depuis Hume que ce problème hante les logiciens et les méthodologistes; mais nous devons avouer qu'il ne nous a jamais été clair en quoi il consistait.

Or, il nous paraît que dans notre exposé, le problème de la légitimité ou rationalité des méthodes faillibles a été formulé de façon précise. Il l'a été grâce à l'englobement des méthodes d'inférence dans une notion praxéologique plus générale, celle de comportement, et grâce à l'idée que le bon comportement, à un point de vue donné, c'est celui qui est, à la longue, utile au but respectif. Cette notion praxéologique générale de bon travail mental devrait être, à notre avis, la boussole de toute investigation sur la légitimité logique d'une opération intellectuelle. Cela se rapporte non seulement aux méthodes d'inférence, mais aussi à des opérations telles que la formation des notions, la définition, la classification, et ainsi de suite.

D'après cette conception, la notion de méthode d'inférence rationnelle, et généralement, toute notion de travail mental correct demande à être rapportée à un but. Si l'on ne l'y rapporte pas, c'est qu'on présuppose un tel but de façon tacite. La recherche des buts d'après lesquels les différentes sciences jugent les opérations mentales et leurs résultats constitue une des tâches les plus essentielles de la méthodologie, si cette science veut comprendre, au sens humaniste du mot, toutes les sciences en tant que phénomènes de culture.

Un deuxième point important de l'exposé précédent, c'est le refus de se faire suggestionner, comme l'ont fait plusieurs qui ont écrit sur l'induction, par le terme «probabilité». A l'origine, on nommait «probable» une proposition à laquelle il était rationnel de croire, la signification de l'adjectif «rationnel» n'étant entrevue que confusément. Ce contenu original de la notion de probabilité a complètement

changé au cours de l'évolution de la théorie mathématique des probabilités. Que ce soit la notion de probabilité classique ou fréquentielle ou celle qui fait appel à la notion de mesure d'un ensemble, il serait vain de vouloir trouver, dans leur contenu, l'idée que ce qui est probable mérite d'être raisonnablement cru. — Malgré cela, de nombreux logiciens ont espéré pouvoir résoudre le problème de la rationalité de l'induction ou de toute autre méthode faillible, s'ils pouvaient que les conclusions inductives se caractérisaient par un haut degré de probabilité au sens mathématique du mot. C'était là un procédé complètement manqué tant qu'on n'avait pas répondu à la question de savoir pourquoi ce qui était mathématiquement probable méritait une foi raisonnable. Mais pour répondre à cette question, il fallait préciser quelles étaient les affirmations qui méritaient une telle foi. En général, on était loin de faire ceci, mais au contraire, on se faisait suggestionner par l'équivocité du terme «probabilité» et on pensait qu'il suffisait de prouver la probabilité d'une affirmation au sens mathématique du mot pour la prouver aussi au sens originaire, c'est-à-dire pour prouver que l'affirmation méritait une foi raisonnable.

Ce n'est point notre découverte d'avoir souligné la différence de contenu entre les deux notions, mathématique et logique, de probabilité. Plusieurs auteurs ont déjà signalé qu'il n'était pas du tout évident qu'une proposition fort probable mathématiquement posséderait, de ce fait même, un haut degré de certitude rationnelle. C'est Carnap qui y a tout spécialement insisté lorsqu'il opposait la notion de probabilité logique à celle de probabilité mathématique. Dans son œuvre précédemment citée *The Logical Foundations of Probability*, Carnap a construit une définition de la notion de confirmation comme explication de la notion intuitive de probabilité logique. En s'appuyant sur cette définition, Carnap a développé une théorie de la confirmation, théorie qu'il appelle logique de l'induction. Mais il n'y a rien dans la définition carnapienne du degré de confirmation qui permette de passer d'une proposition méta-linguistique qui attribue à une hypothèse h un haut degré de confirmation par rapport à la prémisse e , à une attitude assertive quelconque envers la proposition objective h en cas d'acceptation de la prémisse e . Par conséquent, la question qui se posait au sujet de la notion de probabilité se renouvelle au sujet de celle de confirmation: pourquoi est-il permis et indiqué d'accepter, avec un haut degré de certitude rationnelle, les propositions auxquelles revient un haut degré de confirmation? Tant qu'on ne recevra pas de réponse à cette question, toute la théorie de la confirmation ne méritera pas le nom de logique de

l'induction. Carnap établit un parallèle entre, d'une part, la théorie de la conséquence logique, construite dans la méta-langue et qu'il appelle logique de la déduction, et, d'autre part, sa propre théorie de la confirmation, qu'il traite comme logique de l'induction. Mais la théorie de la conséquence logique mérite bien son nom de logique de la déduction, puisque les théorèmes méta-linguistiques, qui énoncent que de la proposition a s'ensuit logiquement la proposition b , nous autorisent à apprécier comme procédé rationnel une inférence par laquelle, ayant accepté a , on parvient à accepter b . En d'autres termes, la théorie méta-linguistique de la conséquence logique mérite bien son nom de logique de la déduction, grâce au fait que sur la base de ses théorèmes on peut justifier la rationalité des directives de l'inférence déductive. Quant à la théorie méta-linguistique de la confirmation, elle ne mériterait pas le nom de logique de l'induction jusqu'au moment où l'on pourrait, sur la base de ses théorèmes, justifier également la rationalité des directives de l'inférence inductive. Mais pour cela, il faut jeter un pont entre les propositions de la méta-langue qui attribuent à la proposition h un certain degré de confirmation par rapport à la prémisse e et la rationalité d'une directive inductive qui permet, dans une langue objective et sur la base de l'acceptation de la proposition e , d'accepter avec un degré de certitude quelconque la proposition h .

Nous osons considérer comme résultat positif du présent article d'avoir souligné le fait que ni la théorie mathématique des probabilités, ni la théorie de la confirmation ne constituent une logique de l'induction tant qu'on ne jettera pas le pont dont nous venons de parler et qui permettra, sur la base des théorèmes de l'une ou de l'autre de ces théories, de démontrer la rationalité des directives de l'inférence inductive. Mais pour jeter ce pont, il faut analyser la notion de rationalité d'une directive d'induction. Une telle analyse a été faite ici et c'est elle seule qui nous a permis de jeter un pont — tout primitif, il est vrai, et ne pouvant être employé que dans les situations les plus simples — entre la théorie fréquentielle des probabilités et les directives ou méthodes rationnelles d'inférence inductive. Ce pont est fourni par la constatation qu'une méthode d'inférence permettant, sur la base des prémisses P , d'accepter la conclusion C avec un degré d'infailibilité non supérieur à celui de la méthode même, est une méthode rationnelle. Puisque le degré d'infailibilité d'une méthode n'est pas autre chose que la fréquence relative des conclusions vraies parmi toutes les conclusions tirées d'après cette méthode de prémisses vraies, la constatation sus-mentionnée lie les théorèmes concernant la probabilité fréquentielle à la

rationalité de certaines méthodes inductives. Si la façon dont on a jeté ici un pont entre la théorie mathématique des probabilités et la rationalité des directives d'inférence inductive est, en principe, juste, c'est tout simplement la théorie mathématique des probabilités qu'il faudrait reconnaître comme la logique de l'induction. Il serait alors inutile de construire une théorie de la confirmation différente de celle-ci.

Une troisième de nos idées qui nous paraît digne d'attention est la suivante. On croit en général qu'une méthode d'inférence faillible ne peut être considérée comme correcte que si elle conduit très souvent à des conclusions vraies, ou tout au moins plus souvent au vrai qu'au faux. Selon notre propre conception, qui distingue plusieurs degrés de certitude, on peut même considérer comme rationnelle une méthode qui ne conduit que très rarement à la vérité, pourvu que le degré de certitude de la conclusion soit tout aussi bas. — Ce détail nous paraît être important et correspondre à des méthodes d'inférence qu'on rencontre en réalité.

Les statisticiens contemporains vont jusqu'à nier l'existence même de méthodes d'inférence faillibles. Ils prétendent que ce ne seraient pas là des acceptations d'une conclusion sur la base de prémisses, mais des décisions portant sur des façons d'agir. Notre définition du degré de certitude paraît effacer en quelque sorte la différence qui sépare l'acceptation d'une proposition de la décision pour ou contre une action.

Voilà les trois idées de notre exposé sur lesquelles nous avons voulu attirer votre attention toute particulière.