

LE NOMINALISME CONTEMPORAIN ET LA NOTION D'EXISTENCE

Nous voudrions ajouter quelques réflexions aux très remarquables pages que G. J. WARNOCK ⁽¹⁾ a consacrées au nominalisme contemporain et à celui de W. QUINE en particulier. Il ne nous paraît pas inutile de revenir sur certains points de cette conception philosophique.

Les langages naturels contiennent des expressions qui ont la même fonction que les quantificateurs existentiel et universel d'un système logique ou mathématique. Dans les énoncés

(1) $(\exists x) Ax$

(2) $(x) Bx$,

la variable « x » est liée par un quantificateur; dans les énoncés

(1') Il y a une entité qui est A,

(2') Toutes les entités sont B,

l'expression « entité(s) » a le rôle d'une variable et les expressions « il y a » et « toutes » celui d'un quantificateur.

Rien jusqu'à présent qui ne puisse être globalement accepté. Mais les énoncés (1) et (2) n'acquièrent, selon W. QUINE, une valeur de vérité que lorsqu'on a choisi un domaine (non vide) d'entités pouvant servir de valeurs à la variable « x ». Ainsi, l'énoncé (1) est vrai si une au moins des entités du domaine choisi possède la propriété A et faux si aucune des entités du domaine ne possède cette propriété. Il en est exactement de même des énoncés (1') et (2') auxquels les deux premiers confèrent une forme plus raffinée ou plus explicite ⁽²⁾.

Il s'en suit qu'une affirmation analogue à (1) ou à (1') ne peut prétendre à la vérité que s'il existe des entités qui peuvent servir de valeurs à la variable « x »; que lorsque nous admettons un énoncé tel que (1) ou (1'), nous sommes contraints d'admettre simultanément l'existence de telles entités, même si nous ressentons quelque répugnance à le faire : on le voit, c'est une contrainte logique à laquelle nous ne pouvons pas échapper.

Soit maintenant l'énoncé

(3) $(\exists f)(\exists x) fx$

(1) « *Metaphysics in Logic* »: *Proceedings of the Aristotelian Society*, vol. LI, 1950-51, pp. 197-222.

(2) « *On what there is* » dans « *From a Logical Point of View. 9 Logico-Philosophical Essays* », 1953, Cambridge (Mass.), pp. 1-19; « *Logic and the Reification of Universals* », *idem*, pp. 102-129.

Il acquiert une valeur de vérité aussitôt que nous avons choisi un domaine non vide R , dont les éléments servent de valeurs à la variable « x », et un domaine non vide R' , dont les éléments constituent les valeurs de la variable « f ». La traduction usuelle de (3) dans le langage courant est

- (3) Il y a une propriété et une entité
telle que cette entité possède cette propriété.

Si nous tenons à respecter la signification intuitive de (3), nous devons assigner à la variable « f » des valeurs puisées dans la classe de tous les sous-ensembles de R (ou dans un sous-ensemble de cette classe) ou dans un ensemble formé de propriétés définissables dans R : R' devient alors un domaine d'entités abstraites ou d'universaux, en l'occurrence de classes ou de propriétés. L'affirmation d'un énoncé mathématique qui a la forme d'une existentielle (de « (Ex) premier (x) », par exemple) nous contraint d'une manière analogue d'admettre l'existence d'entités particulièrement abstraites, les nombres, les classes de nombres, les fonctions,... n'étant certainement pas des objets concrets que l'observation parvient à déceler sans difficulté. Il est d'ailleurs de notoriété commune que les nombres peuvent être réduits à des classes, par l'un ou par l'autre procédé de définition, que les fonctions sont des relations et que les relations ne sont que des classes d'un genre particulier : les domaines de variation des variables qui figurent dans les énoncés mathématiques sont formés essentiellement de classes et si nous admettons ces énoncés, nous admettons aussi l'existence de ces classes. Et cela est bien entendu de nature à embarrasser les esprits qui ne sont pas portés vers le platonisme, dont l'attrait a diminué depuis l'époque de Platon.

L'argument que nous venons d'esquisser a la forme d'une hypothétique : si une chose est vraie, une autre s'en suit. C'est à l'égard de la conséquence que W. QUINE manifeste une grande animosité; c'est elle qu'il refuse d'accepter. Il s'en prendra donc à la prémisse qu'il se voit contraint de rejeter (partiellement au moins) en même temps que la conséquence.

Chose curieuse, W. QUINE s'est acharné principalement sur cette prémisse; il a déployé de grands efforts pour en venir à bout. Mais il ne s'est pas méfié de son argument. Il a eu tort, parce que ces efforts sont vains.

La partie la plus articulée de son nominalisme ne consiste pas, comme on pourrait s'y attendre, dans la réfutation de la conséquence. W. QUINE n'admet pas l'existence d'entités abstraites ou d'universaux. Mais il n'a jamais fourni la preuve de leur inexistence. Il n'a jamais démontré que l'énoncé

- (a) (Ex) x est une entité abstraite

est faux. Comment y serait-il parvenu? Si le domaine R dans lequel la variable « x » puise ses valeurs est formé d'objets concrets, l'énoncé (a) est évidemment faux. Mais supposons qu'il soit constitué d'entités abstraites : il est automatiquement vrai. Tout dépend, comme on le voit, du domaine choisi. Pourquoi choisir l'un plutôt que l'autre? L'on pourrait se résoudre à exclure l'ensemble

des entités abstraites de la classe des domaines dans lesquels la variable « x » puise ses valeurs; pour cela, il conviendrait préalablement de démontrer qu'il n'existe pas d'entités abstraites; mais c'est précisément cette inexistence que l'on s'efforce d'établir.

Alors même que le domaine de variation de « x » serait constitué d'objets concrets, la réfutation de (a) n'irait pas sans difficulté. Le terme « abstrait » signifie « non concret »; il est clair qu'aucun objet concret ne possède la propriété d'être non concret. Mais l'on réussirait à réfuter de la sorte l'affirmation suivant laquelle il existe des chiens. Il suffirait de choisir pour domaine de variation de la variable « x » qui figure dans l'énoncé « (Ex) x est chien » l'ensemble des objets qui ne sont pas des chiens; il s'en suivrait immédiatement qu'un objet qui n'est pas un chien ne possède pas la propriété d'être un chien.

Il est difficile de réfuter l'énoncé (a); W. QUINE ne le réfute d'ailleurs pas; mais il ne l'accepte pas non plus : tout son nominalisme est fondé sur le refus d'accepter un énoncé non réfuté.

W. QUINE s'est trouvé dans une situation analogue lorsqu'il a traité de l'infini⁽⁸⁾. Il est clair qu'un nominaliste, pour qui seuls existent les objets concrets de l'observation ou ceux que découvre la physique expérimentale ou théorique, ne peut admettre aisément l'existence d'une infinité d'entités. Les nombres naturels forment un ensemble infini, mais l'expérience n'a jamais permis de déceler une infinité d'individus. Et pourtant, il est impossible à W. QUINE de prouver qu'aucun ensemble n'a la puissance de l'infini. Il peut affirmer sans peine qu'il y a p objets concrets (p étant un nombre naturel), mais rien ne l'autorise à en conclure que la classe des entités concrètes a une puissance finie. La notion d'« infini » appartient au langage mathématique dont les énoncés n'acquièrent une valeur de vérité, comme nous l'avons vu, que s'ils portent sur des entités abstraites.

L'ARGUMENT DE W. QUINE

Le principal tort de W. QUINE est d'avoir assimilé les énoncés d'un langage naturel aux énoncés d'un système mathématique et étendu à ce langage une pratique qui est propre aux mathématiciens ou aux logiciens. L'argument n'acquiert quelque valeur que si l'on interprète les énoncés d'un langage naturel de la même manière qu'un énoncé mathématique.

Un système axiomatique qui est consistant possède un modèle : il existe une structure mathématique qui satisfait ses théorèmes. Un modèle est constitué d'ensembles non vides d'entités mathématiques servant effectivement de

(8) Nelson GOODMAN and W. V. QUINE: «Steps toward a Constructive Nominalism», *The Journal of Symbolic Logic*, v. 12, 1947, p. 105-122; sp. p. 106.

valeurs aux variables du système. Ainsi, l'énoncé

$$(E f) (E x) f x,$$

qui pourrait appartenir à la théorie des types (ou au système qui axiomatise cette théorie) est satisfait par une structure mathématique formée d'un ensemble non vide, R , dont les éléments sont les valeurs de « x » et d'une sous-classe de la famille des sous-ensembles de R , dont les éléments servent de valeurs à la variable prédicative « f ». Il est bien connu que la théorie des nombres naturels, axiomatisée dans le calcul des fonctions du 1^{er} ordre avec égalité, possède une infinité de modèles non isomorphes entre eux.

Les expressions utilisées dans la définition de la notion de « modèle » appartiennent elles-mêmes au langage mathématique; elles sont aussi claires que lumineuses. La théorie des modèles s'insère sans difficulté dans la théorie des ensembles. Les valeurs prises par les variables du système envisagé ne sont autres que les éléments des domaines dont le modèle est construit. Et la notion de « vérité (ou de fausseté) d'un énoncé dans un modèle donné » se définit d'une manière tout aussi satisfaisante.

Rien de tout cela ne se laisse transposer dans le langage naturel. Nous ignorons de quels ingrédients sont constitués les modèles d'un énoncé appartenant à ce langage. Il ne suffit pas de substituer l'énoncé « $(E x) A x$ » à l'énoncé « Il y a une entité qui est A » (de transcrire donc une proposition formée de termes usuels dans une langue qui dispose de symboles empruntés à la logique) pour que l'on puisse légitimement envisager les modèles de l'énoncé nouvellement obtenu.

Que devient, par exemple, la notion de « domaine de variation d'une variable » lorsqu'elle est appliquée à un énoncé existentiel du langage courant? L'affirmation suivant laquelle il existe des hippopotames dans les fleuves des îles britanniques n'est-elle vraie ou fausse que s'il y a, parmi les individus d'un domaine donné, des entités qui appartiennent à la classe des hippopotames et qui possèdent la propriété de séjourner dans les fleuves de ces îles? Parmi les électrons, les avions ou les hippopotames? Ou parmi les hippopotames qui séjournent dans les fleuves des îles britanniques? Il vaudrait mieux écarter ce domaine, l'expérience ayant permis d'établir qu'il est vide. Les domaines vides sont délaissés par les logiciens et il convient de les suivre ici comme ailleurs. L'ennui est que l'affirmation suivant laquelle ce domaine est vide n'acquiert une valeur de vérité que si l'on a préalablement choisi un domaine dans lequel la variable quantifiée puise ses valeurs et qui contient un élément au moins. On voit sans peine que l'on aboutit de la sorte à une régression à l'infini.

Quant à l'énoncé

(a) Il existe des propriétés,

il est faux si le domaine de variation de la variable qu'il contient est formé d'objets concrets; il est vrai si ce domaine est constitué de propriétés, à con-

dition bien entendu qu'il y ait au moins une propriété. Et il est inutile de choisir l'ensemble des classes puisqu'aucune classe n'est une propriété.

Le problème du choix d'un domaine de variation ne s'est posé en mathématiques que lorsqu'on s'est aperçu que les systèmes axiomatiques possèdent fréquemment des domaines multiples. Le système de l'arithmétique était primitivement destiné à l'étude des nombres naturels qui servaient simplement de valeurs aux variables du langage utilisé. L'existence d'une multiplicité de modèles (non isomorphes entre eux) a compliqué considérablement la situation sans toutefois l'embrouiller complètement. Par contre, s'il devient indispensable de délimiter aussi pour les langages naturels des domaines de variation ou des modèles tout entiers, de les envisager les uns après les autres et de s'enquérir sur les rapports qui les unissent, l'on ne sait plus très bien où l'on va.

Nous avons dit plus haut que le nominalisme de W. QUINE était fondé sur le refus d'accepter un énoncé tel que (a); nous avons vu aussi qu'aucune preuve ne venait étayer ce refus. W. QUINE refuse également d'accepter les mathématiques. Il n'a pas démontré qu'elles sont constituées d'énoncés faux. L'on peut éprouver quelque répugnance à accepter l'existence de propriétés, mais il est évidemment plus difficile d'envisager les théorèmes mathématiques comme des propositions totalement fausses.

Pour venir à bout de difficultés de cette espèce, W. QUINE propose de débarrasser le langage, dans la mesure du possible, de toutes les variables dont les valeurs sont des entités abstraites et de toutes les expressions qui ont une fonction analogue à celle de ces variables. C'est de cette manière qu'il a réussi à priver la prémisse de son argument de tout caractère nocif. Si nous avons la sagesse de ne plus recourir à des variables qui prennent leurs valeurs dans un domaine d'entités abstraites, nous ne devons évidemment plus nous préoccuper d'entités de ce genre; nous n'en parlerons plus; et puisque nous n'en parlerons plus, plus aucune question ne se posera à leur sujet.

Quant aux mathématiques, ce ne sont que des fictions. Elles servent exclusivement à l'étude des données expérimentales que la physique (qui recourt au langage mathématique) systématise et unifie par des sortes de schémas conceptuels ⁽⁴⁾.

Il eût été plus simple d'envisager les énoncés mathématiques comme des propositions qui ne prétendent ni à la vérité ni à la fausseté; d'adopter donc une position formaliste poussée à l'extrême; de traiter les systèmes axiomatiques comme des assemblages de signes totalement ininterprétés. Certes, on assigne des modèles à ces systèmes et les modèles sont formés d'entités abstraites. Mais ce n'est qu'apparence. Le langage dans lequel l'existence d'un modèle est établie est un langage mathématique intuitif; toutefois il suffit de le formaliser et de l'axiomatiser à son tour, comme l'a été le système initial, pour obtenir un langage constitué exclusivement de signes ininterprétés. Cela revient,

(4) «On what there is», *op. cit.*, p. 16 et ss.

on le voit aisément, à parler d'un langage ininterprété dans un autre qui ne l'est pas davantage; à étudier un jeu complexe de symboles dénués de signification dans un jeu plus complexe encore de symboles tout aussi dénués de signification. Dire, par exemple, que le domaine de variation de la variable « x » qui figure dans l'énoncé « (Ex) premier (x)» est formé de nombres naturels, c'est aligner simplement une suite de signes conformément à certaines règles grammaticales, ce n'est donc nullement affirmer l'existence d'entités abstraites. Vues sous cet angle, les mathématiques ne se présentent plus comme un ensemble de fictions empruntées à quelque mythologie : on ne feint plus de prendre pour vrai ce que l'on sait être faux; on aligne des symboles. C'est un jeu qui n'est pas seulement amusant mais qui est aussi fort utile. Prétendre que les mathématiques sont constituées de fictions n'est légitime que si l'on a préalablement démontré la fausseté des vérités mathématiques usuelles. A moins que par «fiction» l'on entende quelque chose qui n'est pas une fiction ordinaire, qui n'est donc pas une vraie fiction.

Il est beaucoup plus aisé, par contre, de débarrasser le langage courant des variables qui causent tant d'embarras. Dire, par exemple, qu'il y a deux espèces d'hippopotames dans les fleuves des îles britanniques, les individus qui appartiennent à la première se distinguant de ceux qui appartiennent à la seconde par une profusion de taches blanches sur les pattes de devant, revient simplement à dire qu'il y a des hippopotames dans les fleuves des îles britanniques qui ont des taches blanches sur les pattes de devant et qu'il y a en a d'autres, dans les mêmes fleuves, qui n'en ont pas. C'est d'une manière semblable, bien que plus complexe quelquefois, que l'on parvient à éliminer une grande quantité d'énoncés de ce genre au profit d'énoncés qui ne traitent ni d'espèces ni de classes ⁽⁵⁾.

LA NOTION D'EXISTENCE

Prétendre que la thèse nominaliste est dénuée de tout fondement serait évidemment outré. Ce que nous observons est fait d'individus ou d'objets concrets, d'entités qu'il est possible, en principe, de manipuler, de déplacer, etc... Ces objets occupent une position dans l'espace et le temps, chacun le sait. Nul n'a jamais rencontré une propriété, une classe ou un nombre au coin d'une rue; nul n'a jamais déplacé une entité de cette espèce d'un endroit à l'autre; personne ne s'est jamais enquis auprès de ses semblables sur le lieu où l'on pourrait contempler à sa guise une relation ou une classe.

S'il existe des entités abstraites, elles ne peuvent appartenir qu'à un univers très particulier; à un univers auquel seule l'intuition ou la contemplation intellectuelle accède sans difficulté. Peut-être sont-elles une création de l'esprit qui, par un obscur processus d'abstraction, les dégage des données

(5) «Steps toward a Constructive nominalism», *op. cit.*

de l'observation. Et pourtant, il est pénible de dénier l'existence aux propriétés. N'y a-t-il pas au moins une propriété? N'existe-t-il pas un nombre naturel entre 2 et 10? N'y a-t-il pas une classe de nombres d'une puissance supérieure à celle des nombres rationnels? Est-il faux qu'il existe plusieurs espèces d'animaux?

Faisons sur la notion d'« existence » les remarques suivantes :

(1) Soient les énoncés

(1) Il y a des propriétés

(2) Il y a des classes

Il semble difficile d'en contester le bien-fondé. A y regarder de plus près, on constate que les termes « propriétés » et « classes » ont dans ces énoncés une fonction hybride. Ils servent à la fois de variables (liées par un quantificateur existentiel) et de prédicats.

Les variables sont des moyens linguistiques permettant de parler d'une ou de plusieurs entités sans préciser de quelles entités il s'agit, sans les dénommer chacune par un nom. Le langage naturel contient des expressions qui ont une fonction analogue à celles des variables d'un langage logique ou mathématique : « entité », « individu », « objet », « propriété », « classe », etc...

Ainsi, dans l'énoncé

(1') Il y a des propriétés que possède l'objet *a* mais que ne possède pas l'objet *b*,

le terme « propriétés » a la fonction d'une variable prédicative : il nous est impossible ou il n'y a aucune nécessité de préciser la nature des propriétés par lesquelles l'objet *a* se distingue de l'objet *b*; c'est pourquoi nous ne recourons pas à des prédicats mais à un terme universel ayant le rôle d'une variable.

Le terme « propriété » ne sert jamais de prédicat; il n'est pas utilisé pour décrire ou pour caractériser certaines entités comme le sont les prédicats ordinaires. Affirmer que l'objet *b* possède la propriété *P*, c'est dire simplement que *b* est *P* : l'expression tout entière « possède la propriété *P* » sert de prédicat dans cet énoncé.

L'on sera peut-être tenté de croire que dans l'énoncé

(1'') bleu est une propriété

(dont l'on ne sait pas très bien si elle est ou non quelquefois utilisée), le terme « propriété » a réellement la fonction d'un prédicat. Mais il est évident que cet énoncé ne fournit aucune information sur le « bleu » : il n'enrichit d'aucune manière nos connaissances en matière de « bleu ». Si, parlant d'une personne, nous affirmons qu'elle a beaucoup de goût, nous munissons notre interlocuteur éventuel d'une information dont il pourra tirer profit; elle lui permettra de prévoir, dans certaines circonstances, le comportement de cette personne et de s'adapter plus aisément à quelques unes des situations dans lesquelles

il se trouvera ultérieurement. L'énoncé (1'') ne suscite aucun effet de ce genre. Il est clair qu'il peut servir tout au plus à enseigner l'usage (partiel) du terme « bleu » ou du terme « propriété ». Il signifie « « bleu » est un prédicat » ou « une propriété est quelque chose que l'on attribue à un objet; on dit d'un objet qu'il est bleu, qu'il possède la propriété d'être bleu ».

Dans l'énoncé (1), le terme « propriété » a simultanément la fonction d'une variable prédicative et d'un prédicat. Il équivaut à l'énoncé suivant : « Il y a des entités qui ont là la propriété d'être des propriétés » ou à cet autre énoncé : « Il y a des propriétés qui sont des propriétés ». Et cela vaut, mutatis, mutandis pour l'énoncé (2). Apparemment irréfutables, ils sont parfaitement incorrects du point de vue syntaxique.

Il en est à peu près de même de l'énoncé

(3) Il y a des nombres.

Les expressions « nombre naturel », « nombre cardinal », etc... peuvent être aisément définies dans l'un ou l'autre système mathématique. Les énoncés

(3') Il y a des nombres naturels

(3'') Il y a des nombres cardinaux

y acquièrent le statut de théorèmes. Dans le langage courant, une expression telle que « 10 est un nombre » sert tout au plus à enseigner l'usage du terme « nombre ». Qui donc s'aviserait de l'employer pour fournir quelque information sur (le nombre) 10 ?

Et voilà ce qui advient du problème de l'existence des propriétés, des classes et des nombres. Les énoncés (3') et (3'') sont évidemment encore énigmatiques.

(2) Restent les énoncés existentiels ou universels qui contiennent des variables prédicatives ou des variables de classes. Ne permettent-ils pas de démontrer l'existence d'universaux ? Ne faut-il pas, pour cette raison, les bannir du langage ?

Soient les énoncés

(1) Il y a des individus (des objets) qui ont la propriété P

(2) Il y a, en tel lieu, un objet qui est P.

Ils ont dans un grand nombre de circonstances une fonction informative. Leur emploi suscite chez l'interlocuteur une disposition psychologique que l'on pourrait décrire grossièrement comme suit : ayant admis (1) ou (2), il sait qu'il est possible, en principe, de devenir le sujet du phénomène psychologique qui consiste dans la perception ou l'observation d'un ou de plusieurs objets (individuels) qui ont la propriété P. Ce ne sont évidemment que des objets individuels que nous pouvons percevoir. Lorsque nous observons quelque chose, le phénomène psychologique dont nous sommes le sujet consiste essentiellement dans la perception d'entités concrètes.

L'énoncé

- (3) Il y a des propriétés que possède l'objet *a* et que ne possède pas l'objet *b*

a a une toute autre fonction. Nous savons fort bien qu'il est impossible de percevoir des propriétés, que nous ne sommes jamais le sujet d'un phénomène psychologique qui consisterait dans la perception d'une propriété ou d'une relation et qu'il est vain d'attendre que quelque chose vienne susciter un tel phénomène. Nous pouvons observer l'objet *a*, qui est doué des propriétés *P*, *Q*, *R*, ..., et l'objet *b* qui possède les propriétés *P*, *Q*, ...; mais nous ne réussissons pas à observer les propriétés *P*, *Q*, *R*, ...

Le mérite de cette découverte revient aux nominalistes. Ils déniaient d'une manière plus ou moins explicite l'existence aux entités abstraites; dans la mesure où ils affirment quelque chose, ils n'affirment rien d'autre que l'impossibilité de les percevoir et nient donc simplement l'existence d'un genre particulier d'observations. Mais l'absurde de la position nominaliste réside dans l'attribution au quantificateur qui figure dans (3) d'une fonction qu'il ne possède que dans des énoncés analogues à (1) ou à (2). L'énoncé (3) n'est à rejeter que s'il prétend préparer à l'observation de certaines propriétés. Mais il n'y prépare pas du tout. Seuls quelques philosophes l'ont prétendu et il faut se méfier des affirmations d'un philosophe.

La même confusion est d'ailleurs à la source du conceptualisme et du réalisme platonicien. Conceptualistes et réalistes ne peuvent promettre la perception d'une entité abstraite; ils promettent autre chose : la perception de ces entités, non pas par la voie ordinaire, mais par l'esprit qui les contemple après les avoir abstraites des objets concrets, ou par l'intellect qui seul est capable d'accéder au monde des idées platoniciennes.

Il arrive fréquemment que nous nous interrogeons sur la nature des entités abstraites exactement comme nous nous enquêrions sur les propriétés de certains objets : nous nous engageons dans une voie qui mène aisément au conceptualisme ou au platonisme. Il serait vain d'énumérer les absurdités auxquelles l'on aboutit lorsqu'on confère à l'énoncé (3) une fonction analogue à celle des énoncés (1) et (2). Quand nous percevons un objet, nous le percevons doué de certaines propriétés; si nous sommes capables de percevoir par l'esprit les entités abstraites, nous percevons chacune d'elles douée également de propriétés diverses; nous constituons de la sorte un infini, sinon actuel, du moins potentiel d'entités abstraites allant du type un à l'on ne sait quel type supérieur; nous assignons aux prédicats et aux termes de classes une fonction désignative et les assimilons de la sorte aux noms d'objets. Et lorsque nous affirmons que l'objet *b* possède la propriété *P*, nous dénommons simultanément un objet concret et une entité abstraite; nous dénommons aussi la relation qui unit l'objet *b* à la propriété *P* et ne faisons rien d'autre que juxtaposer des noms; nous n'affirmons plus rien; nous nous contentons, comme les formalistes, d'aligner des mots.

Il est clair que l'énoncé (3) traite principalement des objets *a* et *b*. Le quantificateur existentiel qu'il contient a un rôle auxiliaire; il ne peut être éliminé, à moins de mentionner les propriétés qui distinguent l'objet *a* de l'objet *b*. Mais c'est précisément l'une des raisons pour lesquelles nous recourons à un terme qui a la fonction d'une variable et à un quantificateur : nous ne pouvons pas ou ne voulons pas mentionner explicitement les propriétés que possède l'objet *a* et que ne possède pas l'objet *b*. L'énoncé a un contenu informatif proche de celui de l'énoncé suivant : « L'objet *a* est différent (ou très différent) de l'objet *b* ». En fait, sa fonction est d'informer que l'objet *a* sera (éventuellement) perçu doué de propriétés dont l'objet *b* sera dénué.

Un grand nombre d'énoncés ont une fonction différente de celle qui consiste à décrire avec plus ou moins de fidélité les objets ou les individus dont ils traitent. Ils ne préparent pas simplement et uniquement aux phénomènes psychologiques qui permettent de les vérifier, c'est-à-dire, à l'observation d'objets particuliers. Leur fonction est de susciter chez les sujets diverses dispositions à l'égard des objets qu'ils peuvent en principe observer dans certaines conditions.

Supposons par exemple que P1 ait prétendu qu'aucun objet de la catégorie A ne possède la propriété P. Si P2 lui répond que les objets *a'* et *b'* (de la catégorie A) sont tous deux P, P1 est informé qu'il peut légitimement s'attendre à observer que *a'* et *b'* sont P. Dans ce contexte, l'énoncé « *a'* et *b'* sont P » ne se borne pas à décrire deux objets connus de P1. Sa fonction est de familiariser P1 avec les objets qui ont la propriété P, en l'occurrence, avec deux objets dont il connaît déjà certaines propriétés. Telle est aussi la fonction de l'énoncé (1) qui, lui, ne traite pas d'objets nécessairement connus de l'interlocuteur.

L'énoncé (3) ne décrit pas davantage les objets *a* et *b*. Sa fonction est d'informer que le premier est différent du second par des aspects que l'observation aidera à déceler. C'est essentiellement dans les dispositions que suscitent les énoncés à l'égard des objets ou des individus sur lesquels ils portent qu'il convient de rechercher leur fonction. Ces dispositions s'insèrent, si l'on peut dire, entre les énoncés et les observations qui les vérifient; mais le résultat de ces observations n'est nullement ce qui est décrit par les énoncés, dont la fonction est d'une bien plus grande complexité.

Tel est le cas de l'énoncé

(3') Il y a deux espèces d'animaux d'un genre donné

Nous savons pertinemment bien que si nous le vérifions, nous ne percevrons rien d'autre que divers animaux; les uns se distingueront des autres par certaines propriétés et tous seront semblables par certains aspects. Nous ne serons pas le sujet du phénomène psychologique qui consisterait dans la perception d'une ou de deux espèces animales. La fonction de l'énoncé est d'informer qu'il convient, si l'on porte quelque intérêt à la classification des espèces animales, de distinguer, parmi les animaux qui ont certaines caracté-

ristiques en commun, ceux qui possèdent diverses propriétés (non mentionnées) de ceux qui ne les possèdent pas.

L'emploi d'énoncés tels que (1), (2), (3) et (3') s'explique par l'action de deux facteurs : le souci de mettre l'interlocuteur dans une disposition particulière à l'égard des objets ou des individus dont ils traitent; l'absence d'une raison de mentionner ces objets par des noms ou les propriétés qu'ils possèdent (ou ne possèdent pas) par des prédicats.

Nous n'utilisons qu'exceptionnellement des noms (ou des expressions qui comme les noms ont une fonction désignative) pour désigner individuellement les objets dont nous parlons : nous n'avons pas acquis une familiarité suffisante avec eux pour les dénommer chacun à leur tour; et notre intention n'est pas toujours de les décrire avec soin ni d'affirmer que celui-ci a telle propriété et que celui-là a telle autre propriété.

Il en est de même, à ce point de vue, des propriétés ou des relations. Mais utiliser, au lieu de prédicats, des variables prédictives et des quantificateurs, ce n'est nullement traiter d'entités abstraites sans les dénommer individuellement : c'est uniquement parler d'objets concrets sans préciser les propriétés dont ils sont doués.

(3) Quelques mots sur les énoncés mathématiques. Ils ne traitent pas indirectement, comme les précédents, d'objets concrets. Est-il vrai que les admettre, c'est reconnaître, implicitement au moins, qu'il existe des entités abstraites? Ne posent-ils pas avec acuité le problème de l'existence et de la nature de ces entités?

Les trois grandes théories contemporaines sur la nature des mathématiques reproduiraient, selon W. QUINE ⁽⁶⁾, les thèses nominaliste, conceptualiste et réaliste relatives au statut des propriétés et des classes. Rien de nouveau donc, on le voit. Le logicisme serait l'équivalent du réalisme platonicien (les classes, auxquelles les nombres, les relations et les fonctions peuvent être réduits, existent et sont découvertes par le mathématicien); l'intuitionisme (pour lequel les entités mathématiques sont construites par l'esprit) correspondrait au conceptualisme; le formalisme (qui envisage les mathématiques comme un ensemble de signes dénués de signification et régis par des règles de combinaison et de transformation) serait une expression moderne du nominalisme.

On a l'embarras du choix. Le formalisme présente évidemment le plus d'attraits pour un esprit philosophiquement désabusé. Cherchons ailleurs; peut-être trouverons-nous.

En quoi consistent les éléments d'un raisonnement? En déductions, bien entendu. Mais il y a toujours un sujet qui raisonne, un ou plusieurs, selon le cas. Ce pauvre homme est souvent oublié et l'on pourrait essayer de le réhabiliter. Un sujet qui raisonne adopte des attitudes diverses : il admet certains énoncés, il en rejette d'autres, il déduit ou infère une conclusion de

(6) «On what there is», *op. cit.*, p. 14 et ss.

prémisses données. L'admission et le rejet d'un énoncé sont des attitudes psychologiques probablement fort complexes sur la nature desquelles la philosophie n'a heureusement pas à se prononcer. Seuls quelques psychologues naïfs espèrent encore qu'elle jettera de la lumière sur cela comme sur beaucoup d'autres choses.

Un énoncé empirique tel que « b est P » a une contrepartie expérimentale : nous pouvons l'admettre, mais nous pouvons aussi (en principe) observer l'objet b (doué de la propriété P , du moins si l'énoncé est vrai). Les énoncés purement mathématiques (qui ne contiennent aucun terme empirique) n'ont aucune contrepartie expérimentale. Nous ne pouvons que les admettre ou les rejeter, ou adopter à leur égard une attitude plus nuancée. Il y a toute une gamme d'attitudes possibles dans ce domaine. Prouver un énoncé mathématique, c'est effectuer à partir d'énoncés déjà admis un certain nombre d'opérations psychologiques (auxquelles correspondent les règles usuelles de la déduction logique) qui permettent de faire accepter divers énoncés intermédiaires jusqu'à ce que soit admis l'énoncé démontré.

Il n'est pas sans intérêt d'envisager les mathématiques sous cet aspect subjectif ou psychologique. Il nous aide à nous dégager de l'emprise de conceptions surannées. Les commentaires qui entourent les acquisitions de la logique mathématique ont eu pour effet d'emprisonner les mathématiques dans un langage et de les isoler arbitrairement du sujet qui manipule les symboles dont ce langage est constitué. Une certaine manière de concevoir la métamathématique n'a fait que renforcer cette tendance. On lui assigne fréquemment pour tâche l'étude des propriétés d'un assemblage de signes physiques. En fait, la métamathématique, étant une discipline purement mathématique, traite d'objets aussi « abstraits » que les nombres et les fonctions : les signes, les formules, les séquences de formules, etc... sont pour la métamathématique ce que les entités géométriques sont pour la géométrie. Et lorsqu'on envisage une fonction dont le domaine est constitué de formules et le codomaine de nombres, on ne manipule pas un monstre hybride fait d'objets physiques et d'entités mathématiques; on traite d'une fonction semblable en tous points aux autres fonctions mathématiques.

Mais revenons aux énoncés du langage mathématique. Si l'on ne perd pas de vue que ce sont essentiellement des sujets qui admettent ou rejettent ces énoncés (et admettre, par exemple, l'énoncé « 2 est un nombre premier » est une attitude différente de celle qui consiste à admettre que 2 est le plus petit nombre premier), l'on peut aisément tourner le dos au logicisme, au formalisme et à l'intuitionisme. Nul besoin de supposer que les signes qui contiennent ces énoncés désignent des entités platoniciennes; rien ne nous contraint d'identifier leurs « designata » avec d'hypothétiques créations de l'esprit, images, idées ou concepts; rien ne nous oblige non plus d'appauvrir les mathématiques au point de les réduire à un jeu conventionnel de signes vides de signification.

Ces assemblages de signes ou ces énoncés (en particulier, les axiomes,

les théorèmes étant obtenus par voie de déduction), nous ne les admettons pas du bout des lèvres. Nous les acceptons comme vrais, nous y adhérons; ou bien nous les acceptons comme des sortes de généralisations permettant de caractériser un ensemble de structures mathématiques dont quelques unes ont été précédemment étudiées. Les signes dont ces énoncés sont constitués ne sont pas de simples ingrédients d'expressions plus complexes. Certains d'entre eux ont été appliqués à de données expérimentales (les chiffres, par exemple, qui dénotent les nombres naturels); d'autres ont été introduits pour résoudre quelque problème ou pour combler certaines lacunes (nombres irrationnels, nombres complexes, etc...). Nous n'avons pas joué avec eux en nous bornant à respecter les règles du jeu : ils font partie d'énoncés que nous avons démontrés, admis ou rejetés; d'énoncés envers lesquels nous avons adopté des attitudes plus « engagées »; ils font quelquefois partie aussi d'énoncés empiriques.

Il en est des énoncés mathématiques existentiels comme de tous les autres énoncés mathématiques. Admettre qu'il existe un nombre (de la catégorie A) qui a la propriété P, c'est admettre, par exemple, que l'application de certaines opérations nous permet ou nous permettra de découvrir que tel ou tel nombre particulier possède la propriété P, qu'elle aura donc pour effet d'entraîner l'acceptation de l'énoncé « tel ou tel nombre particulier est P »; ou bien c'est admettre qu'il ne faut pas exclure la possibilité d'aboutir à un résultat de ce genre. Nous ne saurions décrire avec de plus amples détails l'attitude qui consiste dans l'acceptation d'un énoncé mathématique existentiel. De quelle genre d'attitude s'agit-il lorsqu'il est établi qu'aucun énoncé singulier de la forme « a est P » (où « a » désigne une entité particulière) n'est démontrable dans le système envisagé? Toujours est-il que nous sommes bien loin des quantificateurs que nous avons rencontrés précédemment.

Remarquons que nous n'avons nullement réduit les lois mathématiques à des lois psychologiques. Admettre un énoncé mathématique est une attitude semblable à celle qui consiste à accepter l'énoncé « A ou non A » dans lequel « A » a la fonction d'une variable propositionnelle. Le principe du tiers-exclu n'est évidemment pas une loi psychologique : c'est un énoncé que nous considérons comme vrai bien que la lettre « A » qu'il contient ne désigne rien de précis, bien qu'il n'y ait aucune entité platonicienne qu'elle dénomme. C'est d'une manière analogue qu'il convient d'envisager les énoncés mathématiques et les symboles à l'aide desquels ils sont construits.

S. ISSMAN (Bruxelles)

(Reçu en février 1958)